UDC 781.63
SCOPUS CODE 1703
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2020-3-21-32

ინტეგრირებული ვებპლატფორმის მათემატიკური მოდულის ინსტრუმენტები

მერაბ ახობაძე
ინტერდისციპლინური დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77
E-mail: meakhobadze@yahoo.com

მაია დოლიძე
ინტერდისციპლინური დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77
E-mail: maiadolidze66@gmail.com

რეცენზენტები:

ე. კურცხალია, სტუ-ის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: kurcxalia.elguja@gmail.com

მ. ბრელიძე, სტუ-ის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი
E-mail: marinabrelidze@gmail.com

ანოტაცია. „ჭკვიანი ქალაქის“ კონცეფცია – ინტეგრაციის, სისტემური მოდელირებისა და მართვის კონცეფციაა, რომლის დროსაც ქალაქი განიხილება როგორც მასში მიმდინარე პროცესების ერთიანი დინამიკური ერთობა. ასეთი მიდგომა მოითხოვს ისეთი ტექნოლოგიებისა და ინფორმაციული სისტემების შექმნას, რომლებიც ავტომატურ რეჟიმში შეკრებენ ქალაქში მიმდინარე პროცესების შესახებ ინფორმაციას, გაანალიზებენ და სინთეზირებენ ქალაქის მართვისათვის გადაწყვეტილებათა ალტერნატიულ ვარიანტებს. ჩვენ მიერ დამუშავებულია ინტეგრირებული ვებპლატფორმის პროგრამული პაკეტი, რომელიც მომხმარებლებს საშუალებას აძლევს აღრიცხონ და დაამუშაონ სისტემური მათემატიკური და პროგრამული „ხელსაწყოებით“ ქალაქის ობიექტების, ქალაქში მიმდინარე პროცესების მახასიათებელი პარამეტრები. ვებპლატფორმის ძირითადი ფუნქციური მოდულებია: 1. ქალაქში მიმდინარე სივრცულ-დროითი პროცესების ასახვის, მათემატიკური მოდელირების მოდული. 2. მათემატიკური და პროგრამული „ხელსაწყოების“ მოდული, ქალაქში მიმდინარე პროცესების ანალიზისა და მართვისათვის. 3. ალტერნატიულ გადაწყვეტილებათა და მათი ექსპერტიზის მოდული. 4. მიღებულ გადაწყვეტილებათა ექსპერტიზის მოდული. ნაშრომში წარმოდგენილია იმ ძირითადი მათემატიკური მეთოდებისა და ალგორითმების ანალიზი, რომელებიც წარმოადგენს ერთიანი ვებპლატფორმის „ინსტრუმენტების“ საფუძველს. გაფართოებულია ალგებრუ-

ლი ტოპოლოგიის q-ანალიზის მეთოდი, არამკაფიო სიმრავლეების შემოტანით. რაც საშუალებას გვაძლევს, გადაწყვეტილებათა ალტერნატიული ვარიანტების შემუშავებისას, გათვალისწინებულ იქნეს ის მცირე პარამეტრებიც, რომლებსაც უგულებელყოფენ კლასიკურ თეორიში. ასეთი მიდგომა მეტად მნიშვნელოვანია კატასტროფული სიტუაციების პროგნოზირებისა და აცილებისათვის. მოყვანილია, წარმოდგენილი მეთოდის საილუსტრაციო მაგალითი.

საკვანძო სიტყვები: არამკაფიო სიმრავლეები; ვებპლატფორმა; მოდელირება; Q-ანალიზი; ჭკვიანი ქალაქი.

შესავალი

ახლა, ქალაქის მდგრადი განვითარების უალტერნატივო კონცეფციაა ე.წ. ჭკვიანი ქალაქის კონცეფცია – ინტეგრაციის, სისტემური მოდელირებისა და მართვის კონცეფცია, რომლის დროსაც ქალაქი განიხილება როგორც მასში მიმდინარე პროცესების ერთიანი დინამიკური ერთობა. ჭკვიანი ქალაქის კონცეფცია უპირველეს ყოვლისა გულისხმობს ისეთი ტექნოლოგიების და სისტემების შექმნას და დანერგვას, რომლებიც ავტომატურ რეჟიმში შეკრებენ მონაცემებს, გაანალიზებენ და სინთეზირებენ მმართველ გადაწყვეტილებათა ალტერნატიულ ვარიანტებს.

შესაბამისად, გადაწყვეტილების მიღების ავტომატიზებული სისტემის შექმნისათვის აუცილებელია: 1. ქალაქში მიმდინარე პროცესების ამსახველი ე.წ. ინფორმაციის გადამწოდების ქსელის ამოქმედება; 2. ერთიანი ინტეგრირებული ვებპლატფორმის შექმნა, რომელშიც მოიყრის თავს ინფორმაცია ქალაქში მიმდინარე პროცესების თაობაზე და სისტემური ანალიზის საფუძველზე, გამოიმუშავებს ქალაქის მდგრადი განვითარებისათვის ალტერნატიულ გადაწყვეტილებებს, რომლებიც ხელმისაწვდომი იქნება ქალაქში ფუნქციონირებადი ყველა ორგანიზაციისათვის, სტრუქტურისათვის, ასევე მოსახლეობისათვის.

„ჭკვიანი ქალაქის" ერთიანი ინტეგრირებული ვებპლატფორმა ესაა პროგრამული პაკეტი, რომელიც მომხმარებლებს აძლევს საშუალებას აღრიცხონ და დაამუშაონ ქალაქის ობიექტების, მიმდინარე პროცესების მახასიათებელი პარამეტრები, სისტემური მათემატიკური და პროგრამული „ხელსაწყოებით". ინტეგრირებული ვებპლატფორმის ძირითადი ფუნქციური მოდულებია: 1. ქალაქში მიმდინარე სივრცული-დროითი პროცესების ასახვის, მათემატიკური მოდელირების მოდული. 2. მათემატიკური და პროგრამული „ხელსაწყოების" მოდული, ქალაქში მიმდინარე პროცესების ანალიზისა და მართვისათვის. 3. ალტერნატიულ გადაწყვეტილებათა და ექსპერტიზის მოდული. 4. მიღებულ გადაწყვეტილებათა ექსპერტიზის მოდული.

დღეს ქალაქის პარამეტრების აღრიცხვის ყველაზე განვითარებული ტექნოლოგიაა G Google Maps. კომპანია Google-ის მენეჯმენტი ამ ეტაპზე მნიშვნელოვან რესურსებს მიმართავს არამარტო რუკის განვითარებაზე, არამედ მის „ღიაობაზე". იგი სხვადასხვა კომპანიებს საშუალებას აძლევს შექმნას ახალი პლატფორმები Google Maps გამოყენებით. ჩვენ მიერ შემოთავაზებული ერთიანი ინტეგრირებული ვებპლატფორმა დაფუძნებულია Google Maps ტექნოლოგიების გამოყენებაზე [1,2]. ერთიანი ვებპლატ-

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

ფორმა მოითხოვს ქალაქის ობიექტთა ერთიანი ბაზის შექმნას, რომელიც ასახავს ქალაქის სტრუქტურას, სოციალურ ფონს, რომელიც განსაზღვრავს ქალაქში მიმდინარე დინამიკურ პროცესებს.

ძირითადი ნაწილი

ქალაქში განვითარებული დინამიკური, ევოლუციური პროცესები მიმდინარეობს სხვადასხვა დროის მასშტაბში, რომლის აღმოჩენა, დადგენა შეუძლებელია წონასწორულ მდგომარეობაში. საერთოდ, ქალაქებში მიმდინარე ევოლუციური პროცესების შესწავლისას ძირითადად საქმე გვაქვს სამი სახის ფაქტორებთან, რომლებიც იწვევს ე.წ წონასწორული მდგომარეობის დესტაბილიზაციას. ესაა „ინდივიდების" (ცალკეული მაცხოვრებლების) შემოქმედებითი, ინოვაციური ქმედებები, რომლებიც განაპირობებენ ქალაქის ცვლილებას, რაც „იძულებულს" ხდის ქალაქის ინფრასტრუქტურას გადავიდეს ახალ მდგრად მდგომარეობაში. მეორე ესაა ქალაქის „უნარი" თვითორგანიზაციის, მისი უნარი წარმოიქმნას ახალი დინამიკური რეჟიმები, რომლებიც ქალაქს იძულებულს ხდის გადავიდეს ერთი მდგრადი მდგომარეობიდან მეორეში. ასეთი პროცესები ხორციელდება სახელმწიფო რეგულატორების საშუალებით. ამ დროს ჩნდება ახალი დინამიკური პროცესები არამდგრადი შუალედური წონასწორული მდგომარეობებით, ე.წ. ფაზური გადასვლებით და სხვა. მესამე ესაა მოვლენები, რომლებიც განპირობებულია ქალაქური სისტემების ურთიერთქმედებით სხვა, სხვაგვარი დანიშნულების, სხვა ფუნქციური არსის და სუბსტანციის სისტემებთან, მოვლენებთან ურთიერთობისას, როგორებიცაა ბუნებრივი, პოლიტიკური, და სხვა პროცესები [7].

როდესაც საქმე გვაქვს ასეთ რთულ, ქაოტურ (პროგნოზირების მხრივ) დინამიკურ პროცესებთან, მით უმეტეს, შეზღუდული რესურსების პირობებში, შეუძლებელია მოსახლეობის ყველა ფენის მდგომარეობის ერთდროულად გაუმჯობესება – პარეტოს კანონი. აქედან გამომდინარე როდესაც გვაქვს გადაწყვეტილების მიღებისათვის ალტერნატივების სიმრავლე, ოპტიმალურის შესარჩევად, გამოყენებულ იქნეს პარეტო-ოპტიმალური კომპრომისის ანუ არაგაუმჯობესებადი კომპრომისის მეთოდი [3], რომელიც, ურბანული სისტემებისათვის ინტერპრეტირებულ იქნა შემდეგი სახით:

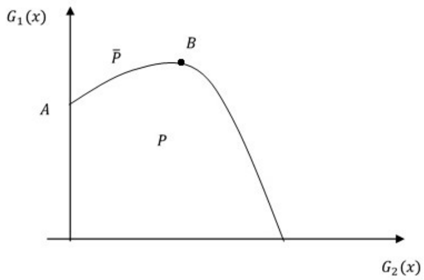
ვთქვათ, გვაქვს ალტერნატივების სასრული სიმრავლე $X = \{X^1, \dots, X^S\}$. თითოეული ალტერნატივა n-განზომილებიანი ვექტორია $X^i = \{X_1^i, \dots, X_n^i\} R^n$ სივრციდან. მაგალითად, $x \in X$ ალტერნატივად შეგვიძლია განვიხილოთ საცხოვრებელი სახლის ერთ-ერთი პროექტი, ხოლო x ვექტორის კოორდინატებად ამ პროექტის პარამეტრები. ამასთანავე, გვაქვს x ალტერნატივების შეფასების ვექტორული კრიტერიუმი:

$$G(x) = \{G_1(x), G_2(x), \dots, G_m(x)\}.$$

როგორც წესი $G_1, G_2, \dots, G_m$ კრიტერიუმები არის ურთიერთკონკურენტული. მაგალითად, G_1 – ახალი სატრანსპორტო მაგისტრალის გაყვანის ეკონომიკური ამონაგებია, G_2 – ეკოლოგიური მდგომარეობის გაუარესების ადეკვატური სიდიდე. ანუ შეუძლებელია ისეთი პროექტის განხორციელება, რომლის დროსაც ყველა მაჩვენებელი კრიტერიუმი იქნება საუკეთესო, მაქსიმალური. აქედან გამომდინარე, აუცილებელია ე.წ. კომპრომისული ალტერნატივის პოვნა, პარეტოს პრინციპის გამო-

ყენება, რომელიც არის ყველა სოციალურ-ეკონომიკური სისტემის ზოგადი კანონზომიერება.

პარეტო-ოპტიმალური კომპრომისის მეთოდის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი. დავუშვათ გვაქვს x ალტერნატივათა სიმრავლე $X \subset R^n$. ყოველ $x \in X$ ალტერნატივას შეესაბამება $G(x) = \{G_1(x), G_2(x), \dots, G_m(x)\}$ ვექტორული კრიტერიუმის კომპონენტების სივრცეში გარკვეული წერტილი. ასეთი წერტილების სიმრავლე ვექტორული კრიტერიუმის სივრცეში მოგვცემს P სიმრავლეს, საზღვრით $\bar{p}$. ორკომპონენტიანი ვექტორული კრიტერიუმის შემთხვევაში გვექნება შემდეგი სურათი (იხ. სურ. 1)



სურ. 1

განვიხილოთ ის ალტერნატივები, რომლებიც მდებარეობს $\bar{P}$ საზღვარზე. 1-ელი სურათის მიხედვით, იმ x ალტერნატივებისათვის, რომელთა შეფასებები ხვდება BC მრუდზე, შეუძლებელია ერთდროულად გაიზარდოს G_1 და G_2 კრიტერიუმის მნიშვნელობები. ასეთ ალტერნატივებს უწოდებენ პარეტო-ოპტიმალურს. ასეთი ალტერნატივები ბევრია (წერტილები BC მრუდზე). საუკეთესოს შესარჩევად საჭიროა დამატებითი ინფორმაცია. საერთოდ პარეტო-ოპიმალური P სიმრავლის დადგენისათვის გამოიყენება დამხმარე ოპტიმიზაციის მეთოდები. საერთოდ პარეტო-ოპტიმალური შეფასების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი პირობაა P სიმრავლის ამოხსნელობა, რომლის შემოწმება არის დამოუკიდებელი ამოცანა. აქედან გამომდინარე განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს ის პირობები, რომელიც P სიმრავლის თვისებების ცოდნისას არ მოითხოვს [8], რომელიც განისაზღვრება შემდეგი პირობებით

$$P = \{G(x^*): x^* = arg \max_{x \in V} \min_{1 \le i \le n} \alpha_i G_i(x);$$
$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1, \alpha_i \ge 0, i = 1,2,\dots,n\}$$

ქალაქში მიმდინარე სივრცული, დროითი პროცესების ასახვა-ქალაქის მათემატიკური მოდელი. მათემატიკური მიმართებანი ქალაქურ სისტემაში; ქალაქი არის სასრული რაოდენობის `ობიექტის˜-სიმრავლეების ერთობლიობა: მაცხოვრებელთა (*Q*), შენობათა (*B*), ქუჩების (*S*) და ა.შ. სხვა.

ქალაქის სივრცული მათემატიკური მოდელი, რომლითაც განისაზღვრება ქალაქში განვითარებული დინამიკური პროცესები, არის მათემატიკურ მიმართებათა Λ სიმრავლე ქალაქში ფუნქციონირებადი სხვადასხვა კატეგორიისა და დანიშნულების ობიექტების – Q, B, S,…. სიმრავლეთა შორის.

ქალაქის, ზოგადად ურბანული სისტემის, სტრუქტურის, მიმდინარე პროცესების კვლევისა და მოდელირებისათვის ჩვენ მიერ გამოყენებულია ალგებრული ტოპოლოგიის Q ანალიზის მეთოდი [4]. ამ მეთოდით სისტემის სტრუქტურის შესწავლა საშუალებას გვაძლევს გავიგოთ სისტემაში ამა თუ იმ კანონზომიერებების წარმოქმნის მექანიზმი, დავადგინოთ სისტემის დეგრადაციის მიზეზები, კანონზომიერებანი და მათი განმსაზღვრელი ელემენტები. გავიანგარიშოთ მისი რაოდენობრივი და თვისობრივი მახასიათებლები. Q ანალიზი საშუალებას გვაძლევს გამოვიკვლიოთ სისტემის – ქალაქის – „ანომა-

ლური" ელემენტები, მიგვანიშნებს რა მიმართულებით უნდა ვიკვლიოთ სისტემა და რა ზემოქმედება უნდა მოვახდინოთ მასზე, რომ გაუმჯობესდეს მისი მახასიათებლები, პირველ რიგში მისი მდგრადობა გარე ზემოქმედებებისა და შეშფოთებების მიმართ.

მოდელი საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ სისტემის ფუნქციურ-სტრუქტურული ბმულობა და თვალი ვადევნოთ ბმულობის გრძელ ჯაჭვში განვითარებულ მოვლენებს სივრცე-დროით ჭრილში. მაგალითად, როგორ იმოქმედებს მომსახურების სფეროს ობიექტებში განხორციელებული ქმედებანი სატრანსპორტო ქსელის გამტარუნარიანობაზე, მოსახლეობის გადაადგილებაზე რეგიონებს შორის, დემოგრაფიულ სურათზე, ეკოლოგიურ მდგომარეობაზე და სხვა.

აუცილებელი განსაზღვრებანი Q ანალიზის შესახებ: ვთქვათ X და Y სასრული სიმრავლეებია და λ⊂X×Y არის მიმართება X და Y სიმრავლეებს შორის. ვთქვათ λ მიმართების შესაბამისი ინციდენტურობის მატრიცაა Λ=$\left(\left(\lambda_{ij}\right)\right)$:

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} 1, \text{თუ } \left(x_i; y_j\right) \in \lambda \\ 0, \text{თუ } \left(x_i; y_j\right) \notin \lambda \end{cases} \qquad (1)$$

მაშინ ყოველი ასეთი λ მიმართება წარმოქმნის სიმპლიციალურ K_Y (λ;X) კომპლექსს. აღნიშნული კომპლექსში p განზომილებიანი σ_p სიმპლექსს უწოდებენ X სიმრავლის ისეთ $\{x_1; x_2; \dots; x_p; x_{p+1}\}$ ქვესიმრავლეს, რომლისთვისაც არსებობს ერთი მაინც y_j∈Y ისეთი, რომ $\left(x_i; y_j\right)$∈λ ყოველი $i \in \overline{1; p+1}$-თვის.

ვთქვათ N აღნიშნავს სიმპლექსების განზომილებებს შორის უდიდეს (მას ეწოდება λ მიმართების შესაბამისი კომპლექსის განზომილება). ყოველი k-თვის, 0≤ k≤N, განვიხილავთ იმ სიმპლექსებს, რომელთა განზომილება k-ზე მეტია ან ტოლია. განხილული სიმპლექსების სიმრავლეს ვყოფთ ქვესიმრავლეებად (ეკვივალენტობის კლასებად) შემდეგი წესით: ორი σ_i და σ_j სიმპლექსი ეკუთვნის ერთსა და იმავე ეკვივალენტობის კლასს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ათი საერთო წახნაგის განზომილება მეტია ან ტოლია k-ზე, ან თუ არსებობს რაიმე მიმდევრობა სიმპლექსებისა, რომელი მიმევრობის პირველი წევრი არის σ_i სიმპლექსი, ბოლო წევრი σ_j სიმპლექსი. ამასთან ამ მიმდევრობის ნებისმიერი ორი ერთმანეთის მომდევნო წევრის საერთი წახნაგის განზომილება მეტია ან ტოლია k -ზე. Q_k აღნიშნავს ეკვივალენტობის კლასების რიცხვს.

ვექტორს $Q = (Q_0; Q_1; \dots; Q_N)$ ეწოდება $K_Y(\lambda; X)$ კომპლექსის სტრუქტურის ვექტორი, ხოლო $K_Y(\lambda; X)$ კომპლექსის ანალიზს Q ვექტორის კოორდინატების მოძებნის გზით, ეწოდება Q ანალიზი.. Q ვექტორი გვიჩვენებს, თუ რამდენად კარგად არის სიმპლექსები ერთმანეთთან ბმული სხვადასხვა დონეზე

(სხვადასხვა k -თვის). ოთხეულს (X;Y ; λ; π), $\lambda \subset$ X x Y; ვუწოდებთ სისტემას. π ასახვაა π: $K_Y(\lambda; X) \rightarrow R$ - შესაბამისობა, რომლის დროსაც ყოველ სიმპლექსს შეესაბამება ნამდვილი რიცხვი. π-ს, ეწოდება მოდელი $K_Y(\lambda; X)$ – სიმპლიციალურ კომპლექსზე.

აღნიშნული მეთოდის საილუსტრაციოდ, განვიხილოთ ქალაქის გარკვეულ რეგიონში სარეკონსტრუქციო სამუშაოების ჩატარების პროექტის შეფასების და მართვის მაგალითი. დავუშვათ, დროის (0, T] შუალედში განსახორციელებულია გარკვეული სამუშაოების ჩატარება: ახალი ობიექტების აშენება, ძველის დანგრევა, დანიშნულების შეცვლა და სხვ. ასეთი ობიექტების სიმრავლე აღვნიშნოთ

K-თი. სარეკონსტრუქციო სამუშაოების განხორციელება შესაძლებელია სხვადასხვა თანამიმდევრობით (განიხილება სხვადასხვა პროექტი). ყოველი ასეთი პროექტი შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც ასახვა $f: K \to (0, T] \times \{1; n\}$. n – რეგიონების რაოდენობაა. $f(k) \equiv (t_k, i_k)$ აღნიშნავს იმას, რომ მოცემული პროექტის მიხედვით k ობიექტის აშენება (დანგრევა თუ სხვა რამ), იწყება k რაიონში, დროის t_k მომენტში.

ვთქვათ τ_k არის ის დრო, რომელიც საჭიროა k ობიექტის აშენებისათვის (დანგრევისათვის, რესტავრაციისათვის და სხვა). ყოველ f გეგმას შევუსაბამოთ რიცხვთა ისეთი ზრდადი მიმდევრობა რომლის პირველი წევრია 0 ($Q_1 = 0$), ხოლო დანარჩენი Q_m წევრები მიიღება $\{t_k: t_k + \tau_k: k = 1; 2; \ldots\}$ სიმრავლის ელემენტების ზრდადობის მიხედვით დალაგების შედეგად .

რეგიონში განხორციელებული ყოველი ქმედებისას იცვლება მოსახლეობის ინტერესების დაკმაყოფილების g_i პარამეტრების სიდიდეები [5,11].

დავუშვათ, განსახილველ რეგიონში ცხოვრობს მოსახლეობის ერთგვაროვანი Q (q_1,q_2,...) ჯგუფები (ერთნაირი ინტერესების მქონე ადამიანთა ჯგუფები). J არის იმ ინტერესების სიმრავლე, რომლებიც შეიძლება ჰქონდეს მთლიანად ყველა ჯგუფის მოსახლეობას.

მოსახლეობის გარკვეული ჯგუფისათვის, ყოველი $j \in J$ ინტერესისათვის და i-ური რეგიონისათვის, $\xi(i, j)$ და $\eta(j)$ სიმბოლოებით აღვნიშნოთ შესაბამისად i-ურ რეგიონში j ინტერესის დაკმაყოფილების პარამეტრი და აღნიშნული ჯგუფისათვის j ინტერესის დაკმაყოფილების აუცილებლობის წონა $\left(\sum_{j \in J} \eta(j) = 1\right)$.

მაშინ Q ჯგუფის ყოველი ერთგვაროვანი ჯგუფის მოსახლეობისათვის ინტერესების დაკმაყოფილების პარამეტრები განისაზღვრება გამოსახულებით:

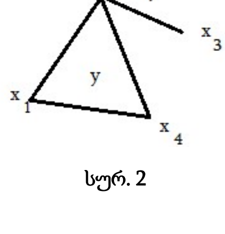
$$g_i = \sum_{j \in J} \xi(i, j)\eta(j) \quad i = 1,2, \ldots$$

განვიხილოთ სისტემა (J;I; p; π),სადაც I და J შესაბამისად რეგიონების და ინტერესების სიმრავლეებია, p არის J და I სიმრავლის ელემენტებს შორის მიმართება, ამასთან (j;i) ∈ $p \Leftrightarrow \xi_{ij} \neq 0$ ანუ რაიმე ინტერესი და რომელიმე რეგიონი იმყოფება p მიმართებაში, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა აღნიშნულ რაიონში შესაძლებელია მოცემული ინტერესის დაკმაყოფილება. ხოლო π მოდელი p მიმართების შესაბამის კომპლექსზე განვსაზღვროთ შემდეგ სახით: $\pi[x_0;\ x_1; \ldots; x_k] = \sum_{\substack{i=1 \\ \xi(i,j) \neq 0}} \sum_{j=0}^{k} \xi(i, j)\eta(j)$.

მივიღოთ შეთანხმება, რომ თუ რეგიონში მცხოვრებს აქვს ინტერესების $J' \subset$J სიმრავლე, ხოლო რაიმე რაიონში კმაყოფილდება J' -ის მხოლოდ ნაწილი J'', მაშინ ასეთი მაცხოვრებლისათვის, რაიონი საერთოდ არ არის არჩევანის (მიზიდვის) კანდიდატი. ახლა, თუ ინტერესების ყოველ სიმპლექსს შევხედავთ როგორც მაცხოვრებლის ინტერესების სიმრავლეს, π მოდელს შეგვიძლია მივცეთ შემდეგი ფიზიკური ინტერპრეტაცია:

π(σ) არის რეგიონში σ -ს დაკმაყოფილების g პარამეტრი [6].

ორი რაიონის შემთხვევისათვის, დავუშვათ, გვაქვს p-ს შესაბამისი შემდეგი სიმპლიციალური კომპლექსი (სურ. 2.)



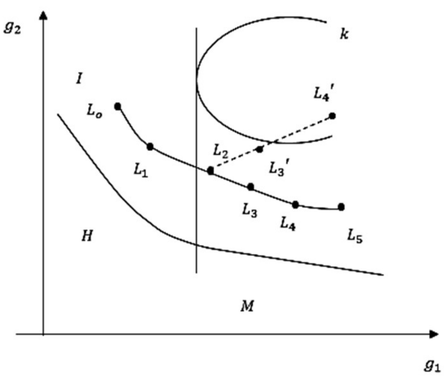
სურ. 2

π მოდელს ექნება შემდეგი სახე:

$$\pi=\xi_{21}\eta_1 x_1+(\xi_{12}+\xi_{22})\eta_2 x_2+\xi_{13}\eta_3 x_3+\xi_{24}\eta_4 x_4+(\xi_{21}\eta_1+\xi_{22}\eta_2)x_1x_2+(\xi_{21}\eta_1+\xi_{24}\eta_4)x_{14}+(\xi_{22}\eta_2+\xi_{24}\eta_4)x_2x_4+(\xi_{12}\eta_2+\xi_{13}\eta_3)x_2x_3+(\xi_{21}\eta_1+\xi_{22}\eta_2+\xi_{24}\eta_4)x_1x_2x_4=0.4x_1+0.44x_2+0.42x_3+0.1x_4+0.41x_1x_2+0.5x_1x_4+0.11x_2x_4+0.85x_2x_3+0.42x_1x_2x_4.$$

x_2x_3 წევრის კოეფიციენტი g_1-ია, ხოლო $x_1x_2x_4$ -ის კოეფიციენტი g_2.

აუცილებელია შევნიშნოთ, რომ პრაქტიკულად $\eta(j)$ წონები მუდმივია (0, T] დროის შუალედში, ხოლო $(i,$j] და მაშასადამე g_i პარამეტრებზე გავლენას ახდენს მხოლოდ f გეგმით გათვალისწინებული სამუშაოები. აქედან გამომდინარე დროის შუალედში g_i პარამეტრები შეიძლება შეიცვალოს მხოლოდ დროის Q_m მომენტებში. ამრიგად, ყოველ f გეგმას შეესაბამება $(g_i,\ldots,g_k)$ სივრცეში წერტილების გარკვეული მიმდევრობა. ზემოთ მოყვანილი მაგალითის შემთხვევაში (g_1,g_2) სიბრტყეზე, დროის ყოველი t_k და $t_k+\tau_k$ მომენტებისათვის, გვექნება წერტილების გარკვეული მიმდევრობა L_0 , $L_{,1}$, ….. $L_{,k}$ (იხ. სურ.3.).



სურ. 3

(g_1,g_2) სიბრტყის პირველ მეოთხედში გამოყოფილია ის (H, M,G,I) არეები, რომელთა შიგნით ჩვენ მიერ განხილული დინამიკური პროცესები არ განიცდის ნახტომისებრ ცვლილებას (კატასტროფას) [5].

ხშირ შემთხვევაში [6,10], Q – ანალიზის მეთოდის გამოყენებისას, თუ ორ სიმრავლეთა გარკვეულ ელემენტებს შორის კავშირი არის უმნიშვნელო (მცირე), სხვა კავშირებთან შედარებით, ასეთ კავშირს მიიჩნევენ ნულად. ასე მაგალითად, [7] ნაშრომში, თუ r_i მოქალაქეს და l_j დასასვენებელ პარკამდე მისვლას სჭირდება ნახევარ საათზე მეტი, მაშინ ვთვლით, რომ $\lambda_{ij}=0$ ანუ ამ ორ ელემენტს შორის არ არსებობს კავშირი. ცხადია, ასეთი დაშვების საფუძველზე იკარგება მნიშვნელოვანი ინფორმაცია და რადგანაც, ქალაქში მიმდინარე დინამიკური პროცესების განმსაზღვრელი სტრუქტურა ფორმირდება λ_1; λ_2; …; λ_s მიმართებათა კომპოზიციის სახით [6], ამ რეალობის უგულებელყოფამ, შეიძლება მიგვიყვანოს თვისობრივად არასწორ შედეგებამდე.

აღნიშნული პრობლემის მოგვარება შესაძლებელია შემდეგი გზით [9]. განვიხილოთ X და Y სიმრავლეები როგორც არამკაფიო სიმრავლეები. არამკაფიო მიმართება ამ ორ სიმრავლეს შორის არის X და Y სიმრავლეების დეკარტული ნამრავლის ნებისმიერი ქვესიმრავლე. სხვანაირად, არამკაფიო მიმართება X x Y სიმრავლეზე არის R გარდაქმნა:

$$R: X\text{x}Y \rightarrow [0;1]$$

არამკაფიო მიმართების დროს შესაძლებელია სიმრავლეების ელემენტებს შორის ნაწილობრივი კავშირების არსებობა. თუ რომელიღაც $(x;y)$ წყვილისათვის მიკუთვნების ფუნქცია $R(x;y)=1$, მაშინ ისინი უშუალო კავშირში არიან, თუ $R(x;y)$ =0, მაშინ, მათ შორის კავშირი არ არის, ხოლო როდესაც 0< $R(x;y)$ <1, მაშინ ამ ელემენტებს შორის არსებობს ნაწილობრივი კავშირი. არამკაფიო სიმრავლეების

დროს დეკარტული ნამრავლი განისაზღვრება შემდეგი სახით. დავუშვათ X არის არამკაფიო უნივერსალური სიმრავლის X* ქვესიმრავლე, ხოლო Y კი Y* უნივერსალური სიმრავლის ქვესიმრავლეა. მაშინ დეკარტული ნამრავლი:

$$X^{*}\text{x}\, Y^{*} = =\int_{X^{*}\text{x}\, Y^{*}} \mu(x) \wedge \mu(y)\, /(x,y)$$

სადაც $X^{*}\text{x}\, Y^{*} \equiv \{(x;y): x \in X^{*};\ \text{y} \in Y^{*}\}$, სიმბოლო – $\wedge$, აღნიშნავს max . $\mu(x)$ და $\mu(y)$ შესაბამისად x და y მიკუთვნების ფუნქციებია.

როდესაც R მიმართებაა X→ Y, ხოლო S მიმართება Y→ S, მაშინ R° S, მიმართებათა ნამრავლი განისაზღვრება შემდეგი სახით:

$$R \circ S = \int_{X\text{x}Z} V_{y} \left((\mu_{R}(x;y) \wedge \mu_{S}(y;z)) \right) / (x;z)$$

აქ სიმბოლოები ∨ , და ∧ აღნიშნავენ შესაბამისად max და min.

ამ მიდგომის გამოყენებისას, ზემოთ მოყვანილი მაგალითის – სარეკონსტრუქციო სამუშაოების ჩატარების პროექტის შეფასების და მართვის თაობაზე რეგიონში ადგილი ჰქონდა მოსახლეობის რაოდენობის მკვეთრ ზრდას ტრაექტორია L_0 , L_1 , L_2 ,L_3', L_4', (სურ.2.).

მოთხოვნები, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს ლინგვისტური ცვლადის მიკუთვნების ფუნქცია [13]. დავუშვათ მოცემულია ლინგვისტური ცვლადი $\langle x, Tx, \mathbf{X} \rangle$, ტერმ სიმრავლე $T_x = \{X^p\}$, p=$\overline{1,h}$, არის X^p - ტერმები – გადანომრილ ეტალონურ არამკაფიო სიმრავლეებია. ვთვლით, რომ $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^1$. ამ შემთხვევაში T_x -სიმრავლე დალაგებული უნდა იყოს შემდეგი პირობების შესაბამისად:

$$(\forall X^{p} \in T_{x})(\forall X^{q} \in T_{x})\left[p > q \Leftrightarrow (\forall x' \in X_{0}^{p})(\forall x'' \in X_{0}^{q})(x' > x'')\right], p, q = \overrightarrow{1;h}$$

რაც მდგომარეობს იმაში, რომ რაც უფრო მარცხნივ მდებარეობს „მატარებელი“, მით უფრო მცირე ნომერი მიეკუთვნება შესაბამის ტერმს. გარდა ამისა, გარკვეული შეზღუდვები ედება ტერმების X^1; X^2; …; X^h მიკუთვნების ფუნქციების ზომებს, მდებარეობას და ფორმას, კერძოდ:

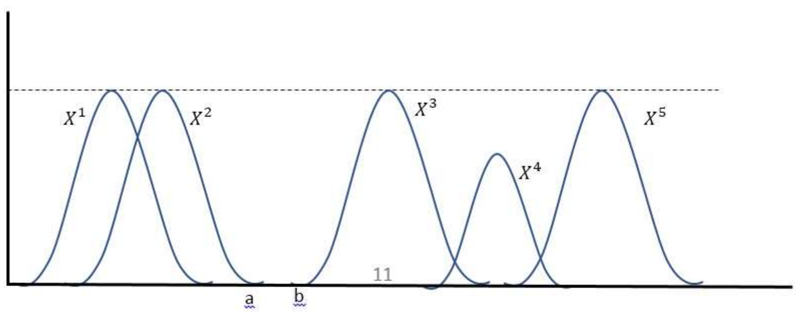
$$\begin{gathered} X'(x) = 1, \text{თუ } x < X'; \\ X'(x) \epsilon [0;1), \text{თუ } x > X'; \\ X^{h}(x) \epsilon [0;1), \text{თუ } x < X^{h}; \qquad (2) \\ X^{h}(x) = 1, \text{თუ } x > X^{h}, \end{gathered}$$

სადაც $X^{p} = \underset{x \epsilon X_{0}^{p}}{argmax} \{X^{p}(x)\}, p = \overrightarrow{1;h}.$

$$(\forall X^{p} \in T_{x}) \left(0 < max\left(X^{p}(x) \Lambda (X^{p+1}(x))\right) < 1 \right) \quad (3)$$

$$(\forall X^{p} \in T_{x})(\exists x \in X)(X^{p}(x) = 1) \qquad (4)$$

ქვემოთ (სურ. 4) ნაჩვენებია აღნიშნული შეზღუდვების გრაფიკული ილუსტრაცია, როდესაც h=5



სურ. 4

(2) პირობები კრძალავს, რომ მიკუთვნების ფუნქციებს პირველი და ბოლო ტერმისა ჰქონდეთ ტრაპეციული ფორმა. $[X^1; X^5]$ ინტერვალებს მიღმა, მიკუთვნების ფუნქციის მნიშვნელობები უნდა იყოს ერთის ტოლი. პირობები (2) და (4) კრძალავს $X^1; X^2$ და $X^2; X^3$ წყვილ ტერმების არსებობას, რადგანაც პირველ შემთხვევაში არ არსებობს ცნებათა განსხვავება, რომლებითაც ხასიათდება $X^1; X^2$ ტერმები. ხოლო მეორე შემთხვევაში კი [a,b] უბანზე, ლინგვისტურ ცვლადს არ შეესაბამება არავითარი ცნება. (4) შეზღუდვა უშვებს ტერმებს, რომელთა მიკუთვნების ფუნქციებია გაუსის ფორმის , გარდა იმ შემთხვევისა, როდესაც მას აქვს X^4 სახე

ამ შემთხვევაში, ინცინდენტურობის მატრიცის (1) ელემენტები იქნება არა 0 და 1, არამედ, R(x,y) მიკუთვნების ფუნქციის მნიშვნელობები 0≤R(x,y)≤1

ამ მეთოდის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი.

ვთქვათ, X≡Q (Q_1, Q_2……….) არის განსახილველ რეგიონში მოსახლეობის ერთგვაროვანი სიმრავლეს და მათი ჯამური ინტერესების სიმრავლე J=Y ( ). თუ ჩვენ უგულებელვყოფთ იმ ფაქტს, რომ თითოეულ Q_i ჯგუფში, არ არსებობს იერარქიული სტრუქტურები, განპირობებული ჯგუფში შემავალი ინდივიდების ავტორიტეტით, გავლენით, ლიდერობის უნარით და სხვა, მაშინ, $\lambda_{ij} = 1$ ან $\lambda_{ij} = 0$. სინამდვილეში, რადგანაც, ყოველ სოციალურ ჯგუფში არსებობს იერარქიული სტრუქტურები შემოვიტანოთ ყოველ Q_i ჯგუფში იერარქიული სტატუსის h გრადაცია (ანუ არის ტერმები), h =0,1,2,…. H_i,. ამასთანავე, ვგულისხმობთ, რომ $h_1 \prec h_2 \prec h_3 \prec \cdots \prec H_i$. ვთვლით, რომ არსებობს Q_k ადამიანების ჯგუფი, რომელთა მიკუთვნება, რომელიმე სოციალურ ჯგუფთან შეუძლებელია, ამ ჯგუფში ადამიანების რაოდენობა აღვნიშნოთ N_0^0, შესაბამისად შეგვიძლია დავწეროთ [12]:

$$N =_0 + \sum_{i=1} \sum_{h=0}^{H_i} N_i^h = N_i$$

იერარქიული სტატუსი განსაზღვრავს იერარქიულ სტრუქტურას სოციალურ ჯგუფში $\sum_{k=0}^{h=1} N_i^k$. ესაა იმ ადამიანთა რაოდენობაა, რომელთა სტატუსი Q_i ჯგუფში, ნაკლებია h-ზე,. მაშინ, h სტატუსის პიროვნებათა პოტენციალი Q_i სოციალურ ჯგუფში განისაზღვრება გამოსახულებით

$$g_i^h(N_i) = \sum_{k=0}^{h} \frac{N_i^k}{N_i^h} \text{ i=1,2,….. Q} \qquad (5)$$

Q_i ჯგუფის პოტენციალი კი გამოითვლება ფორმულით

$$g_i(N_i) = \sum_{h=0}^{H_i} \sum_{k=0}^{e_i} N_i^k \text{ i=1,2,….. Q}$$

როდესაც Q ≡X ამ შემთხვევაში, ინცინდენტურობის მატრიცის (1) ელემენტებია უკვე, არა „0“ და „1“, არამედ მატრიცები.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ერთგვაროვან სოციალურ ჯგუფებში განსაზღვრული სტატუსის სიდიდეები საშუალებას გვაძლევს გარკვეული „დახმარება“ აღმოუჩინოთ ექსპერტებს მახასიათებელი ფუნქციის განსასაზღვრავად.

ადვილი დასანახია, რომ ლინგვისტური ცვლადის ტერმები, განსაზღვრულია იერარქიული სტრუქტურების შემოტანით, აკმაყოფილებს ზემოთ მოყვანილ ლინგვისტური ცვლადის მიკუთვნების ფუნქციის შეზღუდვებს.

დასკვნა

ნაშრომში წარმოდგენილია და განხილული ინტეგრირებული ვებპლატფორმის მათემატიკური

მოდულის ის ძირითადი ინსტრუმენტები და მეთოდები, რომელთა საფუძველზე შესაძლებელია შევაფასოთ ქალაქში მიმდინარე პროცესები სისტემური ანალიზის საფუძველზე და მივიღოთ ოპტიმალური გადაწყვეტილებები აღნიშნული პროცესების მართვისა და რეგულირებისათვის.

ლიტერატურა

1. Akhobadze M., Dolidze M., Shalamberidze I. An integrated web platform for “Smart City”. Georgian Technical University. Scientific-technical journal “Energia”. N1(89). 2019, 76-83 pp. (In Georgian).
2. Akhobadze M., Shalamberidze I. Web platform for “Smart City” data collection and analytics. Economia argo-alimentare/Food Economy. Vol. 21(3). 2019, 847-854 pp.
3. Koch R. Pareto principle. 2018. (In Russian).
4. Atkin R. H. Mathematical structure in human affairs. London: “Heinemann”. 4. 1972.
5. Akhobadze M. Issues of mathematical modeling of macro-systems. Monograph. Tbilisi. 1997. (In Georgian).
6. Akhobadze M., Kurtskhalia E. Method and algorithm of the distribution and estimation of disturbances in the system. Works of GTU. N2 (512). 2019, 55-63 pp. (In Georgian).
7. Akhobadze M., Prangishvili A., Mikiashvili G. For the regulation of the traffic flow in the city. Georgian Technical University. Scientific-technical journal “Modern problems of architecture and urban construction”. N6. 2016, 92-103 pp. (In Georgian).
8. Germeyer Y.B. Introduction to the theory of successive operations. M.: “Nauka”. 1971. (In Russian).
9. Zadeh L.A. Fuzzy sets, information and control. Vol. 8. 1965.
10. Akhobadze M., Tevdoradze Z. Fuzzy sets and examples of their use. Monograph. Georgian Technical University. Tbilisi. 2001. (In Georgian).
11. Akhobadze M.N., Kurtskhalia E.J. Dynamics model of demographic resources by considering the interests of various groups of population. All-Russian Scientific and Research Institute for Certification (VNIIS) Moscow. 1990, 5 p. (In Russian).
12. Weidlich W. Synergetic modeling concepts for sociodynamics with application to collective political opinion formation. Journal of mathematical sociology. Vol.18. 1994, 267 -291 pp.
13. Kudinov Y.I., Kelina A.Y. et al. Analysis of control system models with conventional LQR and fuzzy LQR controller. 2019. (In Russian).

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

UDC 781.63
SCOPUS CODE 1703

Math module tools of integrated web platform

Merab Akhobadze Department of Interdisciplinary Infromatics, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str., 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: meakhobadze@yahoo.com

Maya Dolidze Department of Interdisciplinary Informatics, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str., 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: maiadolidze66@gmail.com

Reviewers:

E. Kurtskhalia, Professor, Faculty of Informatics and Control Systems, GTU
E-mail: kurcxalia.elguja@gmail.com

M. Brelidze, Associate Professor, Faculty of Informatics and Control Systems, GTU
E-mail: marinabrelidze@gmail.com

Abstract. A “Smart City” concept is the concept of integration, systemic modeling and control, when the city is considered as a single dynamic unity of the processes occurring in it. This kind of method requires creating such technology and information systems, which will automatically gather information about the processes occurring in the city, analyze and synthesize the alternative decisions to manage the city.

We developed an integrated software package of web platform, which allows the users to register and process the parameters typical to the city objects and the processes taking place in the city by using systemic mathematical and software “tools”. The basic functional modules of the web platform are: 1. The module of mathematical modeling to show spatial and time processes occurring in the city; 2. The module of mathematical and software “tools” to analyze and control the processes taking place in the city; 3. The module to form and manage alternative decisions, and 4. The module to provide the expertise of decisions reached. The present paper gives the analysis of the basic mathematical methods and algorithms, which are the basis for common web platform “tools” and gives the expansion of q-analysis method of the algebraic topology by introducing implicit sets, what, in developing the alternative options of decisions, allows considering the minor parameters, which are usually ignored in the classical theory. Such an approach is very important to predict and avoid catastrophic situations. The paper gives an example illustrating the proposed method.

Key words: Fuzzy sets; modeling; Q-analysis; smart city; web platform.

UDC 781.63
SCOPUS CODE 1703

Инструменты математического модуля интегрированной веб-платформы

Мераб Ахобадзе	Интердисциплинарный департамент, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава, 77 E-mail: meakhobadze@yahoo.com
Майя Долидзе	Интердисциплинарный департамент, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава, 77 E-mail: maiadolidze66@gmail.com

Рецензенты:

Е. Курцхалия, профессор факультета информатики и систем управления, ГТУ
E-mail: kurcxalia.elguja@gmail.com
М. Брелидзе, ассоциированный профессор факультета информатики и систем, ГТУ
E-mail: marinabrelidze@gmail.com

Аннотация. Концепция «умного города» - это концепция интеграции, системного моделирования и управления, в которой город рассматривается как единое динамическое единство происходящих в нем процессов. Подобный подход требует создания таких технологий и информационных систем, которые в автоматическом режиме соберут информацию о происходящих в городе процессах, проанализируют и синтезируют альтернативные варианты принятий решений о правлении города. Нами разработан интегрированный программный пакет веб-платформы, который позволяет пользователям обрабатывать и вести учет системными, математическими и программными «инструментами» характерных параметров объектов города, процессов, происходящих в городе.

Основными функциональными модулями веб-платформы являются: 1. Модуль математического моделирования для отражения текущих пространственно-временных процессов в городе. 2. Математический и программный модуль «инструментов» для анализа и управления текущими процессами в городе. 3. Модуль для формирования альтернативных решений и их экспертизы. 4. Модуль экспертизы принятых решений.

В статье представлен анализ основных математических методов и алгоритмов, составляющих основу «инструментов» единой веб-платформы. Метод q-анализа алгебраической топологии был расширен за счет введения нечетких множеств, что позволяет нам учитывать даже малые параметры, которые игнорируются в классической теории при разработке альтернативных вариантов.

Ключевые слова: веб-платформа; моделирование; нечеткие множества; умный город; Q-анализ.

განხილვის თარიღი 25.06.2020
შემოსვლის თარიღი 29.06.2020
ხელმოწერილია დასაბეჭდად 29.09.2020