

UDC 23.2

SCOPUS CODE 2210

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2020-2-133-140>

К вопросу построения центроида некруглого зубчатого колеса при нелинейном движении шнека

- Тенгиз Чхаидзе** Департамент инженерной графики и технической механики, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 68^ა
E-mail: tengiz chkaidze@mail.ru
- გიორგი ცირეკიძე** Грузинский авиационный университет, Грузия, 0144, Тбилиси, пр. Кетеван Цамебули 16
E-mail: G.Tsirekidze@ssu.ge
- ნინო ნოზაძე** Департамент инженерной графики и технической механики, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 68^ა
E-mail: ninonozadze1210@jmail.com

Рецензенты:

Т. Мегрелидзе, профессор факультета транспорта и машиностроения ГТУ

E-mail: tmegrelidze@yahoo.com

Л. Кисишвили, ассоц. профессор факультета транспорта и машиностроения ГТУ

E-mail: Lia Kisishvili@gmail.com

Аннотация. Использованию некруглых зубчатых колёс были посвящены работы многих ученых [1, 2, 3, 4, 5, 6,9,11,12], которые способствовали их распространению как конструктивно, так и технологически.

Немецкая фирма KOEPFEER "EMAG", специализирующаяся на производстве круглых и некруглых зубчатых колёс, считает, что производство некруглых зубчатых колёс в последние годы является очень дорогостоящим процессом с использованием электроэрозийных технологий. Указано, что использование традиционной шестерни не является оптимальным вариантом при нелинейных движениях, требующих точных технологических действий. Что

наиболее важно, с некруглыми зубчатыми колёсами можно точно воспроизводить непрерывно повторяющееся неравномерное движение и осуществлять процесс без вибрации.

Ключевые слова: зубчатая передача; нелинейное движение; построение; центроида; эргономика.

Введение

Использованию некруглых зубчатых колес посвящены работы многих ученых [1, 2, 3, 4, 5, 9, 11, 12], внесших значительный вклад в их развитие, как в конструктивном, так и технологическом совершенстве. По мнению представителей немецкой фирмы

КОЕРFEER “EMAG”, которая специализирована по зубофрезерованию круглых и овальных зубчатых колес, с обеспечением высокого качества и производительного производства, указывают, что электроэрозионная обработка, которая распространена в последние годы, считается достаточно дорогостоящим технологическим процессом [5, 7, 10]. Сообщается, что использование традиционной круглой формы шестерни не всегда является оптимальным решением для передачи усилия в механизме или двигателе, в частности, при глубокой вытяжке на детали, где ход должен быть равномерным при рабочем ходе – медленным, а при холостом-быстрым возвращением. Что самое главное, можно с помощью некруглых зубчатых колес точно выполнять постоянно повторяющееся неравномерное движение с протеканием процесса без значительных вибраций [5].

Основная часть

В последние годы разработаны различные конструкции устройств для измельчения пищевых продуктов, способствующих эргономическому процессу, как ручным, так и с электроприводом [4, 6, 9, 10, 12].

Известна мясорубка, патент RU № 2479352 от 20.04.2019 г., где винтовой шнек выполнен полым, в котором расположен вал, где на одном конце установлена вращающаяся решетка, а на втором конце расположены цилиндрические колеса с постоянным передаточным отношением, осуществляющие вращение решетки в противоположном направлении по отношению к вращению шнека.

Однако многие из них имеют ряд недостатков, в том числе в части производительности процесса и долговечности трущихся поверхностей режущих частей устройства, из за того, что вращение, на одном из них, решетка и нож вращаются в различных направлениях [6]. Их основным недостатком, помимо интенсивного износа решетки и ножа, является установленный вдоль впадины оси шнека нож, где происходит неполноценное измельчение и сжатие обрабатываемой массы (сырья) на дне впадины, а не

процесс резания при наличии минимальной скорости резания, в результате возрастает усилие сопротивления на органы привода.

Существующие недостатки устранены в оригинальной конструкции измельчающего устройства [9]. Конструкция шнека изготовлена монолитной, где один его конец оканчивается цилиндрической формой, в размер выступающего диаметра шнека, где устанавливается основной, режущий нож, а на другом конце установлена одноступенчатая зубчатая передача с внутренним зацеплением с некруглыми колесами, обеспечивая нелинейное движение и переменный вращающий момент на шнек устройства. На торцовой части вдоль шнека в цилиндрической направляющей установлен дополнительный нож, где торцовой частью касается неподвижных кулачков, а с другой на конце оправки установлена пружина сжатия для придания оправке возвратно-поступательного движения от действия неподвижных кулачков, насаженных на фланце, по отношению к оси шнека; кулачки на фланце устанавливаются с помощью крепежных устройств, регулирующих их координаты фиксирования. Для повышения вращающего момента и скорости измельчения в процессе резания основной нож устанавливается на уровне внешнего диаметра шнека.

В процессе измельчения на шнек действует дополнительное усилие, вызванное действием кулачкового механизма и режущего инструмента; рассмотрена связь угла давления профиля кулачка и ролика толкателя, а чтобы не произошло самоторможение и рекомендован оптимальный угол давления; рассмотрен вопрос жесткости толкателя и кулачка, влияющий на динамический процесс, а с помощью дифференциальных уравнений, определены параметры движущихся частей толкателя [5].

Теоретические исследования и практическое использование нелинейных движений некруглых зубчатых колес рассмотрены в работах Р.Ш. Варсимавили, Ф. Литвина, И. Артоболевского [1, 2, 3, 4, 5]. Известно, что сложностью расчета для некруглых зубчатых колес является определение точного значения центроиды некруглого зубчатого колеса, где

задаются функцией перемещения колес в аналитическом или в табличном виде и рассчитываются приближенно путем разложения функции в ряды Фурье [2, 3, 4, 7]. Для шестерни предварительно задаются модулем зацепления m , числом зубьев Z и передаточным отношением, центром смещения вращения-эксцентриситетом e , где относительное смещение ε равно

$$\varepsilon = \frac{e}{r}, \quad (1)$$

где радиус делительной окружности. Относительное смещение определяет диапазон изменения передачи [7]

$$i_{min} = \frac{1-\varepsilon}{k-(1-\varepsilon)}, \quad i_{max} = \frac{1+\varepsilon}{k-(1+\varepsilon)}, \quad (2)$$

$k = \frac{a}{r}$, a межосевое расстояние, которое определяется приближенно [7]. При расчете передач с некруглыми колесами сложность представляет точное определение межосевого расстояния, которое должно удовлетворять условию замкнутости центроиды [1, 2, 3]. Для шестерни центроидой является делительная окружность с точкой O_1 ; 2- центроида зубчатого колеса с центром вращения O_2 (рис.1). В связи с тем, что зубья шестерни равномерно расположены с угловым шагом координаты точки A в плоскости системы $хоу$ будут :

$$x = r \cos \varphi_1; \quad y = r \sin \varphi_1, \quad (3)$$

$$x_1 = r \cos \varphi - e; \quad y_1 = r \sin \varphi, \quad (4)$$

где φ_1, φ_2 обозначены взаимосвязанные углы шестерни и зубчатого колеса, а через r_1, r_2 - радиусы центроид, которые касаются по линии O_1 и O_2 в точке D ; здесь справедливо равенство

$$r_1 + r_2 = a, \quad (5)$$

Угол φ_1 выражен через

$$\varphi_1 = \arctg \left\{ \frac{y_1}{x_1} \right\} = \arctg \left\{ \frac{r \sin \varphi}{r \cos \varphi - e} \right\} \quad (6)$$

Связь между r_1 и φ_1 определена (рис.1) [3]

$$r_1 = AC - OC = \sqrt{r^2 - (e \sin \varphi)^2} - e \cos \varphi \quad (7)$$

φ_2 - определяется, как вращение центроид без скольжения в дифференциальном виде:

$$r_1 d\varphi_1 = r_2 d\varphi_2, \quad (8)$$

откуда определяется угол обхвата φ_2 :

$$\varphi_2 = \int_0^a \frac{d\varphi_1}{\frac{a}{\sqrt{r^2 - (e \sin \varphi_1 - 1 \cos \varphi_1)}} - 1} \quad (9)$$

Зависимости функции φ_2 (φ_1) требуют расчета [7], где используется приближенное математическое интегрирование Гаусса и рассчитывают интеграл $I = \int_b^c f(x)dx$, значение которого заменяется интегралом $\int_0^1 v(\mu) d\mu$, где вспомогательная функция $v(\mu)$ имеет

вид

$$v(\mu) = 0,5(c-b) f(0,5b), \quad (10)$$

а величину интеграла определяют суммой произведений

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} A_i v(\mu_i) \quad (11)$$

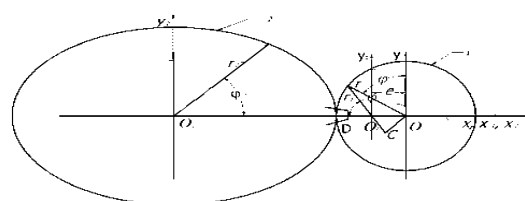


Рис. 1 Центроиды передачи [7]

Поскольку все большее распространение находят некруглые зубчатые колеса, поиск упрощенного метода расчета центроиды зубчатого колеса является актуальной задачей.

Известно, что получение эллипса происходит путем пересечения непараллельной по отношению к образующей окружности цилиндра наклонной плоскостью [8], очевидно, что при проектировании на окружность точки M (рис. 2) на плоскость S введена система координат, в которой ось абсцисс служит прямая EF , а осью ординат – прямая $ВД$. Координаты точки M в плоскости R , обозначены через x и y , а координаты точки N в S – через x', y' Так как

геометрическое место точек N есть окружность $OB = b$, то x', y' связаны уравнением

$$x'^2 + y'^2 = b^2. \quad (12)$$

Для получения уравнения овальной линии, которая является геометрическим местом точки M, выражают переменные x', y' через координаты x и y точки M. Ордината $y' = NQ$ равна ординате $y = MP$, таким образом $y' = y$. Из подобия треугольников OCF и OPQ находят

$$\frac{x'}{x} = \frac{OF}{OC} = \frac{b}{a} \text{ откуда } x' = \frac{b}{a}x \quad (13)$$

Подставляя в (12), (13) и $y' = y$ получаем

$$\frac{b^2}{a^2}x^2 + y^2 = b^2 \text{ и разделив почленно на } b^2,$$

$$\text{получим } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (14)$$

Уравнение (14) представляет любое овальное сечение круглой цилиндрической поверхности и меняет свое значение в зависимости от выбора величины цилиндра и сечения на нем. Окружность $EBFD$ есть сечение (рис.2), где $a = b$ уравнение (14) принимает вид

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ или } x^2 + y^2 = b^2. \quad (15)$$

Если a и b не равны и считая a тогда берем цилиндр радиуса $OF = b$ рассечем его какой либо плоскостью, образуя с плоскостью основания угол, чтобы

$$\cos = \frac{b}{a}. \quad (16)$$

$$\text{Тогда } OC = \frac{OF}{\cos a} = b : \frac{b}{a} = a$$

Исследуя его уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

разрешая уравнение (14) относительно Y – получают

$$Y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, \quad (17)$$

относительно получают

$$x = \pm \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}, \quad (18)$$

и убеждаемся, что эллипс лежит внутри полос RQ SP , параллельных оси абсцисс и отстоящих на расстоянии b (рис. 3). Из уравнения (18) очевидно, что для каждого значения X_1 абсциссы X меньшего по абсолютной величине ($||$) получают два

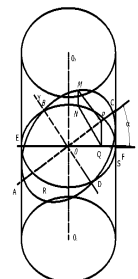


Рис. 2. К построению эллипса, как сечение цилиндра [8]

Значения ординаты, противоположные по знаку точки эллипса (рис. 3) M_1 и M_2 , а ось абсцисс служит осью симметрии эллипса. При значении $a > b$ дает значение смыкаются на оси в точке $A(A^1)$ (отстоящих от начала координат на расстояние.

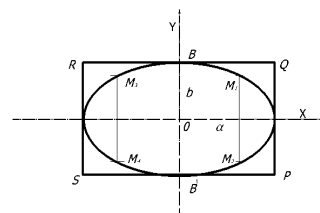


Рис. 3. К вопросу исследования формы эллипса [8]

Таким образом из уравнения (14) точки M_1 и M_3 симметричны относительно оси ординат. Уравнение (14) показывает, что точки M_1 (принадлежит эллипсу, то и точка M_4 (лежит на эллипсе, так как равенство можно переписать также в виде

$$\frac{-x^2}{a^2} + \frac{-y^2}{b^2} = 1.$$

Точки M_1 и M_4 (расположены симметрично относительно начала координат O , что является серединой отрезка M_1, M_4 .

Одно из свойств эллипса состоит в том, что всякий эллипс, формула (14) можно получить равномерно сжимая (или растягивая) окружность в каком – либо направлении, (рис. 4) [5].

Построенная окружность АСА'С' с большой осью 2а эллипса из диаметра, где уравнение окружности (рис. 4) которой будет

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 = a^2, \quad (19)$$

где \bar{x} и \bar{y} - текущие координаты окружности, откуда определяют

$$\bar{y} = \pm \sqrt{a^2 - \bar{x}^2}, \quad (20)$$

и сравним с уравнением эллипса

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}. \quad (21)$$

Разделив уравнения (21) на (20), получим:

$$\frac{y}{\bar{y}} = \frac{b}{a} \quad (22)$$

Уравнение (22) выражает, что отношение любой ординаты y эллипса РМ к соответствующей ординате \bar{y} РN окружности всегда равно малой оси $b = OB$ к большой оси $a = OA = OC$, что означает, если взять окружность радиуса a и подвергнуть равномерному сжатию в каком либо направлении, т.е.сократим ее хорды в одном и том же отношении

$$k = \frac{b}{a},$$

то в результате сжатия получится эллипс, большая ось a которого равна окружности, а малая ось b равна $k \cdot a$, где $k = \frac{b}{a}$ представляет коэффициент сжатия.

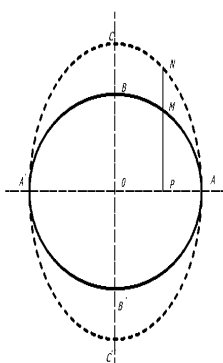


Рис. 4. К взаимосвязи окружности и эллипса [8]

Рассмотрен случай, когда в результате равномерного растяжения окружности по одному направ-

лению, где малая ось эллипса равна диаметру растягиваемой окружности, спроектированная с наклонной плоскости окружность на горизонтальную плоскость дает эллипс, а коэффициент сжатия эллипса равен косинусу угла, образованного наклонной и горизонтальной плоскостью [].

Для случая $i = 4$ при минимальном значении $Z_1 = 17$, $m = 2,5$ мм, $Z_2 = 68$ для внутреннего зацепления значения делительных окружностей соответственно $d_1 = 43,295$ мм, $d_2 = 173,182$ мм.

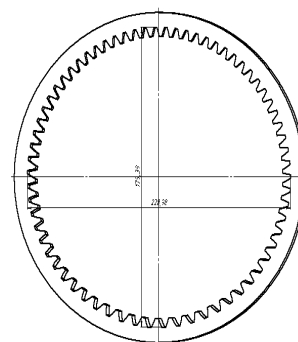


Рис. 5. Некруглое зубчатое колесо, выполненное компьютерной программой.

Столь подробное изложение особенностей свойства эллипса и окружности и взаимосвязь их основных параметров позволяют, по нашему мнению, что при проектировании передач с некруглыми колесами предложить альтернативный метод построения центроид некруглых зубчатых колес путем использования технической компьютерной программы

Заклучение

Использование некруглых зубчатых колес непрерывно возрастает благодаря разработке эффективных технологических процессов по стабильному свойству при передаче усилия в механизме или двигателе, в частности при операциях, когда движение должно быть равномерным при рабочем ходе – медленным, а при холостом- быстрым возвращением и, что самое главное, при этом можно точно выполнять постоянно повторяющееся неравномерное движение, именно, при использовании некруглых зубчатых колес;

2. Для построения центроиды некруглого зубчатого колеса сложностью является получение точного значения углов поворота и соответственно

радиусов центроид r_1 и r_2 , где используются приближенные методы интегрирования; предлагается альтернативный способ построения, известным в аналитической геометрии взаимосвязи уравнений окружности и эллипса и построение циклоиды эллиптического колеса, где определяем величины малой и большой полуосей циклоиды ;

3. Предложено построение циклоиды одноступенчатых зубчатых колес с внутренним зацеплением с передаточным отношением u - от двух до четырех, а с

целью компактности расположения передачи вращения одного направления шнека и компактности приводного механизма;

4. Для повышения производительности обработки, увеличения вращающего момента главный режущий нож установлен по диаметру выступа шнека с использованием некруглых зубчатых колес с внутренним зацеплением, чем создается нелинейное движение и эргономические условия эксплуатации.

Литერატურა

1. Litvin F.L. Non-circular gears. Design, theory and production. Moscow: "Mashgiz". 1956, 312 p. (in Russian).
2. Litvin F.L. Theory of gears. Moscow: "Science". 1968, 584 p. (in Russian).
3. Artobolevsky I.I. Mechanisms in modern engineering. Vol.3. Moscow: "Mashgiz". 1973, 592 p. (in Russian).
4. Varsimashvili R.Sh. The theory of gearing gears with a variable gear ratio. Tbilisi. Publishing House "Technical University". 2008, 497 p. (in Russian).
5. Chernichenko V.V. et al. Patent RU 2 479 352 C1. Meat grinder. 2011. (in Russian).
6. Padalko A.P., Padalko N.A. Gear with non-circular wheel. University news of North-Caucasian region: Technical sciences series. No. 3. 2015. (in Russian).
7. Vygodsky M.Ya. A brief textbook of higher mathematics. M.-L.: "OGIZ". 1947, 479 p. (in Russian).
8. Chkhaidze T.A., Varsimashvili R.Sh., Chkhaidze N.T. GE patent, B 02 (11) R 2019 714 B, priority 2017, 02.27. A device for grinding of food. 2019. (In Georgian).
9. Chkhaidze T.A., Nozadze N.I., Merabishvili G. On the issue of determining the pressure force of the screw cam mechanism of the grinding device with a roller pusher. Tbilisi. Proceedings of Georgian Technical University. No. 4 (510). 2018, 109-116 pp. (in Georgian).
10. Mundo D., Danneli G. Use of non-circular gears in pressing machine driving systems. URL: <http://www.wseas.us/e-library/conferences/udine2004/papers/483-172.pdf>
11. Laczik B. Design and manufacturing of non-circular gears by given transfer function. URL: <http://www.hexagon.de/pdf/noncgear.pdf>

UDC 23.2

SCOPUS CODE 2210

არამრგვალი კბილანების ცენტროიდის აგების საკითხი შნეკის არაწრფივი მოძრაობისას

- თენგიზ ჩხაიძე** საინჟინრო გრაფიკისა და ტექნიკური მექანიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68°
E-mail: tengiz chkaidze@mail.ru
- გიორგი ცირეკიძე** საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, საქართველო, 0144, თბილისი, ქეთევან წამებულის გამზირი 16
E-mail: G.Tsirekidze@ssu.ge
- ნინო ნოზაძე** საინჟინრო გრაფიკისა და ტექნიკური მექანიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68°
E-mail: ninonozadze1210@jmail.com

რეცენზენტები:

თ. მეგრელიძე, სტუ-ის სატრანსპორტო და მანქანათმშენებლობის ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: tmegrelidze@yahoo.com

ლ. ქისიაშვილი, სტუ-ის სატრანსპორტო და მანქანათმშენებლობის ფაკულტეტის ასოც. პროფესორი
E-mail: Lia Kisishvili@gmail.com

ანოტაცია. არამრგვალი კბილანების გამოყენებას ეძღვნება მრავალი მეცნიერის ნაშრომი [1, 2, 3, 4, 5, 6,9,11,12], რომლებმაც შეიტანეს წვლილი მათ გავრცელებაში როგორც კონსტრუქციული, ისე ტექნოლოგიური სრულყოფით.

გერმანული ფირმა KOEPFEER “EMAG”-ი, რომელიც სპეციალიზებულია მრგვალი და არამრგვალი კბილანების გამოშვებაში, თვლის, რომ ბოლო წლებში გავრცელებული არამრგვალი კბილანების დამზადება ელექტროეროზიული ტექნოლოგიით, საკმაოდ ძვირი პროცესია. მინიშნებულია, რომ ტრადიციულად მრგვალი კბილანის გამოყენება არ არის ოპტიმალური ვარიანტი არაწრფივი მოძრაობის დროს, როდესაც საჭიროა ზუსტი ტექნოლოგიური მოქმედება, რაც უფრო მნიშვნელოვანია, არამრგვალი კბილანებით შესაძლებელია ზუსტად ვაწარმოოთ მუდმივად განმეორებადი არათანაბარი მოძრაობა და პროცესი მიმდინარეობდეს ვიბრაციის გარეშე.

საკვანძო სიტყვები: აგება; ანალიზური გაანგარიშება; არაწრფივი მოძრაობა; ერგონომიკა; კბილანური გადაცემა; ცენტროიდი.

UDC 23.2

SCOPUS CODE 2210

On the issue of constructing a centroid of a non-circular gear with nonlinear movement of the screw

Tengiz Chkhaidze	Department of Engineering Graphics and Technical Mechanics, Georgian Technical University, 68 ^a M. Kostava str., 0160 Tbilisi, Georgia E-mail: tengiz chkhaidze@mail.ru
Giorgi Tsirekidze	Georgian Aviation University, 16 K. Tsamebuli ave., 0144 Tbilisi, Georgia E-mail: G.Tsirekidze@ssu.ge
Nino Nozadze	Department of Engineering Graphics and Technical Mechanics, Georgian Technical University, 68 ^a M. Kostava str., 0160 Tbilisi, Georgia E-mail: ninonozadze1210@jmail.com

Reviewers:

T. Megrelidze, Professor, Faculty of Transportation and Mechanical Engineering
E-mail: tmegrelidze@yahoo.com

L. Kisishvili, Associate Professor, Faculty of Transportation and Mechanical Engineering
E-mail: Liakisishvili@gmail.com

Abstract. Many scientists works were devoted to the use of non-circular gears [1, 2, 3, 4, 5, 6,9,11,12], which contributed to their spread in constructional and technological improvements.

The German company KOEPFER "EMAG", specializing on the production of circular and non-circular gears, considers the production of non-circular gears using electroerosion technologies as a very expensive process in recent years. It is indicated that the use of a traditional round gear is not the best option for non-linear movements requiring precise technological actions. Most importantly, it is possible to accurately reproduce continuously repeating nonuniform motion and carry out the process without vibration with non-circular gears.

Key words: Centroid; construction; ergonomics; gear; nonlinear movement.

Дата рассмотрения 01.12.2019

Дата поступления 12.12.2019

Подписано к печати 08.07.2020