UDC 681.3
SCOPUS CODE 2613
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2020-2-174-180

Вычисление распределений интегральных полиномов второго порядка от случайных процессов при помощи фейнмановских интегралов

Реваз Какубава Департамент компьютерной инженерии, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 77
E-mail: r.kakubava@gmail.com

Гиви Пипия Департамент математики, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 77
E-mail: givififia@yahoo.com

Екатерине Гулуа Департамент Вычислительной математики, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 77
E-mail: d_gulua@gtu.ge

Рецензенты:

З. Кватадзе, профессор факультета информатики систем управления ГТУ
E-mail: zurakvatadze@yahoo.com

А. Киртадзе, профессор факультета информатики систем управления ГТУ
E-mail: kirtadze2@yahoo.com

Аннотация. В работе исследуются связи и аналогии между задачами теории случайных процессов и фейнмановскими интегралами. На основе ранее полученных результатов показывается существование фейнмановских интегралов для определённого класса функционалов.

Для простейшего случая сдвига в пространстве, условия «абсолютной непрерывности» для интегралов, получающиеся при помощьи линейных и нелинейны замен из интегралов по гауссовой квазимере с комплексным параметром были найдены ранее.

В представленной работе, при помощи фейнмановских интегралов, исследуются конкретно интегральные полиномы второго порядка от случайного процесса. Характеристическая функция таких полиномов является решением дифференциального уравнения в вариационных производных шредингеровского типа и выражается через фейнмановские интегралы. По определению фейнмановских интегралов, они являются пределами конечнократных, что указывает на процедуру их вычисления. Доказательство полученных результатов основывается на вводимом понятии фейнмановского интеграла по конической области.

В работе также находятся чисто вероятностные применения фейнмановских интегралов, удаётся свести к решению уравнения Шредингера нахождение характеристических функционалов полиномов от случайных процессов и на этом пути указать процедуру их вычисления.

Ключевые слова: случайный процесс; характеристическая функция; измеримое пространство; операторы; интегралы; предельный переход; разбиение отрезка; квазимера; распределение.

Введение

Интегрирование в функциональных пространствах – важный раздел современной математики, тесно связанный с теорией случайных процессов, математическим анализом и имеющий серьезные приложения в математической и теоретической физике.

Для потребностей физики недостаточно интегралов по знакопостоянным мерам. Хорошо известно, что Р. Фейнман дал трактовку квантовой механики и электродинамики, основанную на использовании носящих его имя интегралов в пространстве траектории. Эти интегралы аналогичны средним теории марковских случайных процессов, но роль переходных вероятностей играют комплексные функции, представляющие собой фундаментальные решения уравнений шредингеровского типа.

Соответствующая «Мера Фейнмана» не имеет ограниченной вариации уже на алгебре цилиндрических множеств [1], и потому фейнмановские интегралы не могут строиться так, как это делается в классической теории меры: они получаются в результате специальной предельной процедуры.

Рассмотрим класс функций, для которых существует фейнмановский интеграл.

Пусть $\tilde{X} = X + iX$ комплексное расширение пространства *X*. Мы будем говорить, что $f(x)$ – функция класса А, если она удовлетворяет следующим условиям:

А – 1) $f(\lambda x)$ – измерима относительно $x \in X$, при $\lambda \in \bar{V}$, где $z = \lambda x$,

$$V = \left\{\lambda:\ \lambda = \rho e^{i\gamma},\ 0 < \gamma < \frac{\pi}{4}\right\}$$

А – 2) $f(\lambda x)$ – аналитична по λ в области V и непрерывна вдоль границы при $x \in X$.

А – 3) выполняется оценка

$$\left|f(xe^{i\gamma})\right| \le c \cdot e^{(Ax,x)\sin 2\gamma + g(x)}\varphi(\|x\|),\ \ (A < B^{-1})$$

где $\varphi(x)$ ограничена и непрерывна в любом конечном пространстве, а $\frac{g(x)}{(B^{-1}x,x)} \to 0$ при $\|x\| \to \infty$ равномерно на сфере в любом конечномерном пространстве.

Основная часть

Пусть $\varepsilon(t)\ (0 \le t \le T)$ – случайный процесс, имеющий измеримые, почти наверно ограниченные траектории, с известным характеристическим функционалом.

$$\chi_\varepsilon(\theta) = M\exp[i\int_0^T \theta(\tau)\varepsilon(\tau)d\tau].$$

Рассмотрим интегральный полином вида

$$\eta_n = \int_0^T \sum_{k=1}^n \alpha_k(\tau)\varepsilon^k(\tau)d\tau. \qquad (1)$$

характеристическая функция которого является функционалом от коэффициентов полинома (1).

$$\chi_n(\alpha_1 ..., \alpha_n) = M\exp\left[i\sum_{k=1}^n \int_0^T \alpha_k(\tau)\varepsilon^k(\tau)d\tau\right]. \qquad (2)$$

Вычислим распределение дискретного аналога функционала (2) для n = 2.

Теорема 1. Пусть ε случайная величина вR^m и пусть

$$\chi^{(2)}(\alpha,\beta) = \chi^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;,\beta_1,...,\beta_m) \equiv$$
$$\equiv M\exp\left\{i\sum_{k=1}^m \alpha_k\varepsilon_k + i\sum_{k=1}^m \beta_k\varepsilon_k^2\right\},$$
$$\chi^{(2)}(\alpha,\beta)_{\beta=0} = \chi^{(1)}(\alpha) = \chi_\varepsilon(\alpha), \qquad (3)$$

тогда

$$\chi^{(2)}(\alpha,\beta)=\int_{R^m}\chi^{(1)}(\alpha+x)\mu_{-2\beta Ii}(dx), \qquad (4)$$

а если $\chi^{(1)}(x)$ функция класса A, то

$$\chi^{(2)}(\alpha,\beta)=\int_{R^m}\chi^{(1)}(\alpha+\sqrt{-2i\beta}x)\mu_1(dx), \qquad (5)$$

где $I=\begin{pmatrix}1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & 1\end{pmatrix}$, – единичная матрица.

Доказательство. Пусть

$$\chi_s^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;,\beta_1,...,\beta_s)=$$
$$=\chi^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_s,0,...,0),$$

тогда

$$\chi_s^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;,\beta_1,...,\beta_s)_{\beta_S=0}=$$
$$=\chi_{s-1}^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_{s-1}).$$

Если продифференцировать равенство (3) по βs и дважды по αs, то получим

$$\frac{\partial\chi_s^{(2)}}{\partial\beta_s}=iM\left[\varepsilon_s^2 e^{\left\{i\sum_{k=1}^m\alpha_k\varepsilon_k+i\sum_{k=1}^m\beta_k\varepsilon_k^2\right\}}\right],$$

$$\frac{\partial^2\chi_s^{(2)}}{\partial\alpha_s^2}=M\left[\varepsilon_s^2 e^{\left\{i\sum_{k=1}^m\alpha_k\varepsilon_k+i\sum_{k=1}^s\beta_k\varepsilon_k^2\right\}}\right].$$

Значит,

$$\frac{\partial\chi_s^{(2)}}{\partial\beta_s}=-i\frac{\partial^2\chi_s^{(2)}}{\partial\alpha_s^2};\ \ (s=\overline{1,m}),$$

$$\chi_3^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_s)_{\beta_s=0}=$$
$$=\chi_{s-1}^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_{s-1}),$$

а

$$\chi_0^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m)=\chi^{(1)}(\alpha_1,...,\alpha_m).$$

Таким образом, мы получили mуравнения с m начальными условиями:

$$\frac{\partial\chi_1^{(2)}}{\partial\beta_1}=-i\frac{\partial^2\chi_1^{(2)}}{\partial\alpha_1^2};\ \ \chi_1^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1)_{\beta_1=0}=$$
$$=\chi_0^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m)=\chi^{(1)}(\alpha_1,...,\alpha_m)$$

$$\frac{\partial\chi_2^{(2)}}{\partial\beta_2}=-i\frac{\partial^2\chi_2^{(2)}}{\partial\alpha_2^2};\ \ \chi_1^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,\beta_2)_{\beta_2=0}=$$
$$=\chi_1^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1)$$

. . . .

$$\frac{\partial\chi_{m-1}^{(2)}}{\partial\beta_{m-1}}=-i\frac{\partial^2\chi_{m-1}^{(2)}}{\partial\alpha_{m-1}^2};$$

$$\chi_{m-1}^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_{m-1})_{\beta_{m-1}=0}=$$
$$=\chi_{m-2}^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_{m-2})$$

$$\frac{\partial\chi_m^{(2)}}{\partial\beta_m}=-i\frac{\partial^2\chi_m^{(2)}}{\partial\alpha_m^2};\ \ \chi_m^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_m)_{\beta_m=0}=$$
$$=\chi_{m-1}^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_{m-1})$$

Применяя теорему 1 для $\chi_1^{(2)}$, получим

$$\chi_1^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1)=$$
$$=\int_{R^1}\chi^{(1)}(\alpha_1+x_1;\alpha_2,...,\alpha_m)\mu_{-2\beta_1(1)i}(dx_1),$$

где (1) – матрица, состоящая из одного элемента I; для $\chi_2^{(2)}$ имеем

$$\chi_2^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1;\beta_2)=$$
$$=\int_{R^1}\chi_1^{(2)}(\alpha_1;\alpha_2+x_2,...,\alpha_m;\beta_1)\mu_{-2\beta_2(1)i}(dx_2)=$$

$$=\int_{R^1}\left\{\int_{R^1}\chi^{(1)}(\alpha_1+x_1;\alpha_2+x_2,\alpha_3...,\alpha_m)\mu_{-2\beta_2(1)i}(dx_1)\right\}\mu_{-2\beta_2(1)i}(dx_2)=$$

$$=\int_{R^2}\chi^{(1)}(\alpha_1+x_1;\alpha_2+x_2,\alpha_3,...,\alpha_m)\mu_{-2\beta_1(1)i}(dx_1)\mu_{-2\beta_2(1)i}(dx_2).$$

После m шагов мы получим

$$\chi_m^{(2)}(\alpha_1,...,\alpha_m;\beta_1,...,\beta_m)=$$
$$=\int_{R^1}...\int_{R^1}\chi^{(1)}(\alpha_1+x_1;\alpha_2+x_2,...,\alpha_m+x_m)\prod_{k=1}^m\mu_{-2\beta_k(1)i}(dx_k)=$$
$$=\int_{R^m}\chi^{(1)}(\alpha+x)\mu_{-2\beta Ii}(dx).$$

Но

$$\chi_m^{(2)}(\alpha,\beta)=\chi^{(2)}(\alpha,\beta),$$

значит

$$\chi^{(2)}(\alpha,\beta)=\int_{R^m}\chi^{(1)}(\alpha+x)\mu_{-2\beta Ii}(dx).$$

Пусть $q(\tau_1,...,\tau_m)$ разбиение отрезка [0, T] точками $0<\tau_1<...<\tau_m<T$ и пусть $\varepsilon_k=\varepsilon(\tau_{k-1})$, $\alpha(\tau_k)=\alpha_k\Delta\tau_k$, $\beta(\tau_k)=\beta_k\Delta\tau_k$. Рассмотрим выражение

$$\chi_2(\alpha,\beta) = M\exp\left\{ i\int_0^T \alpha(\tau)\varepsilon(\tau)d\tau + i\int_0^T \beta(\tau)\varepsilon^2(\tau)d\tau \right\}.$$

Если заменить интегралы соответствующими интегральными суммами, то получим

$$\chi_2(\alpha,\beta) = \lim_q M\exp\left\{ i\sum_{k=1}^m \alpha_k\varepsilon_k\Delta\tau_k + i\sum_{k=1}^m \beta\varepsilon_k^2\Delta\tau_k \right\} =$$

$$= \lim_q \chi_q^{(2)}(\alpha,\beta) = \lim_q \int_{R^m} \chi_q^{(1)}(\alpha+\sqrt{\beta}x)\mu_{-2I_q\cdot i}(dx),$$

где

$$\chi_q^{(1)}(t) = Me^{i\sum_{k=1}^n t_k\varepsilon_k\Delta\tau_k},$$

а $I_q = \begin{pmatrix} \frac{1}{\Delta\tau_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\Delta\tau_m} \end{pmatrix}$ – матрица m-го порядка.

Применяя теорему Лебега о предельном переходе под знаком интеграла, получаем

$$\chi_2(\alpha,\beta) = \int_H \chi_1(\alpha+\sqrt{\beta}x)\mu_{-2Ii}(dx).$$

Здесь

$$\chi_1(\alpha) = M\exp\left[i\int_0^T \alpha(\tau)\varepsilon(\tau)d\tau \right].$$

Наконец,

$$\chi_2(\alpha,\beta) =$$

$$= M\exp\left\{ i\int_0^T \alpha(\tau)\varepsilon(\tau)d\tau + i\int_0^T \beta(\tau)\varepsilon^2(\tau)d\tau \right\} =$$

$$= \int_H \chi_1(\alpha+\sqrt{\beta}x)\mu_{-2Ii}(dx).$$

Вычислим характеристический функционал для гауссовой квазимеры $\mu_{-2I_q i}$

$$\chi_{\mu_{-2I_q i}}(Q) = \int_H e^{i(Q,x)}\mu_{-2Ii}(dx) = \lim_q \int_{R^m} e^{i\sum_{k=1}^m Q_k x_k\Delta\tau_k}\mu_{-2I_q i}(dx) =$$

$$= \lim_q \prod_{k=1}^m \int_{R^m} e^{iQ_k x_k\Delta\tau_k}\mu_{-2i\Delta\tau_k}(dx_k) =$$

$$= \lim_q \prod_{k=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-\frac{2i}{\Delta\tau_k}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{iQ_k x_k\Delta\tau_k} e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta\tau_k}{-2i}x_k^2} dx_k =$$

$$= \lim_q \prod_{k=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-\frac{2i}{\Delta\tau_k}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\Delta\tau_k\left(\frac{x_k^2}{4} - Q_k x_k + Q_k^2 - Q_k^2\right)} dx_k =$$

$$= \lim_q \prod_{k=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-\frac{2i}{\Delta\tau_k}}} e^{iQ_k^2\Delta\tau_k} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\Delta\tau_k\left(\frac{x_k}{2} - Q_k\right)^2} dx_k =$$

$$= \lim_q \prod_{k=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-\frac{2i}{\Delta\tau_k}}} \sqrt{2\pi}\sqrt{-\frac{2i}{\Delta\tau_k}} e^{iQ_k^2\Delta\tau_k} =$$

$$= \lim_q \exp\left\{ i\sum_{k=1}^m Q_k^2\Delta\tau_k \right\} = \exp\left\{ i\int_0^T Q^2(\tau)d\tau \right\}.$$

Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 2. Если $\chi_1(x)$ функция класса А, то

$$\chi_2(\alpha,\beta) =$$

$$= M\exp\left\{ i\int_0^T \alpha(\tau)\varepsilon(\tau)d\tau + i\int_0^T \beta(\tau)\varepsilon^2(\tau)d\tau \right\} =$$

$$= \int_H \chi_1(\alpha+x)\mu_{-2\beta Ii}(dx) = \tag{7}$$

$$= \int_H \chi_1(\alpha+\sqrt{-2\beta i}x)\mu_I(dx) =$$

$$= \int_H \chi_1(\alpha+\sqrt{\beta}x)\mu_{-2Ii}(dx),$$

а характеристическая функция «меры» μ_{-2Ii} имеет вид

$$\chi_{\mu_{-2Ii}}(\theta) = \exp\left\{ i\int_0^T \theta^2(\tau)d\tau \right\}. \tag{8}$$

Пример 1. При помощи формулы (4.) вычислим характеристическую функцию χ^2 - распределений.

В формуле (4.) положим $\alpha_1 = \ldots = \alpha_m = 0$, $\beta_1 = \ldots = \beta_m = t$, тогда

$$\varphi(t) = \chi^{(2)}(0,t) = \int_{R^m} \chi^{(1)}(x)\mu_{-2tIi}(dx) =$$

$$= \prod_{k=1}^m \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x_k^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-2ti}} e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{x_k^2}{-2ti}} dx_k =$$

$$= \prod_{k=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-2ti}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x_k^2\left(1-\frac{1}{2it}\right)} dx_k.$$

Пусть

$$-\frac{1}{2}x_k^2\left(1-\frac{1}{2it}\right)=-\frac{1}{2}y_k^2;$$

$$y_k=x_k\sqrt{\left(1-\frac{1}{2it}\right)},\quad dx_k=\frac{dy_k}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{2it}\right)}};$$

$$\varphi(t)=\prod_{k=1}^{m}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{-2ti}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{2ti}\right)}}\sqrt{2\pi}=$$

$$=\prod_{k=1}^{m}\frac{1}{\sqrt{(1-2ti)}}=\left(\frac{1}{\sqrt{(1-2ti)}}\right)^{m}=(1-2it)^{-\frac{m}{2}}.$$

Заключение

Таким образом, мы вычислили характеристический функционал распределений интегральных полиномов второго порядка от случайных процессов и нашли характеристическую функцию «меры» $\mu_{-i\gamma A}$, а в примере 1 нашли характеристическую функцию X^2 -распределений.

Литература

1. Daletski Yu.L., Phomin S.V. Measures and differential equations in infinite-dimensional spaces. Moscow: "Nauka". 1983. (in Russian).
2. Pipia G. M. On one class of Feynman integral. Bulletin of Academy of Sciences of GSSR, Tbilisi: "Metsniereba". 1982. (in Russian).
3. Skorohod A.V. Integration in Hilbert space. M.: "Nauka". 1975. (in Russian).

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

UDC 681.3
SCOPUS CODE 2613

შემთხვევითი პროცესებიდან მეორე რიგის ინტეგრალური პოლინომებისთვის განაწილებათა გამოთვლა ფეინმანის ინტეგრალების გამოყენებით

რევაზ კაკუბავა	კომპიუტერული ინჟინერიის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: r.kakubava@gmail.com
გივი ფიფია	მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: givififia@yahoo.com
ეკატერინე გულუა	გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: d_gulua@gtu.ge

რეცენზენტები:

ზ. ქვათაძე, სტუ-ის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: zurakvatadze@yahoo.com

ა. კირთაძე, სტუ-ის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: kirtadze2@yahoo.com

ანოტაცია. ნაჩვენები იყო სივრცეში მარტივი გადაადგილების შემთხვევაში ინტეგრალებისათვის „აბსოლუტური უწყვეტობის“ პირობა, რომელიც მიიღება წრფივი და არაწრფივი გარდაქმნით კომპლექსური პარამეტრებიანი გაუსის კვაზიზომის ინტეგრალებიდან.

ადრე მიღებული შედეგების საფუძველზე, ფუნქციონალების განსაზღვრული კლასებისათვის, ნაჩვენებია ფეინმანის ინტეგრალების არსებობა.

ნაშრომში გამოკვლეულია კავშირები და ანალოგიები შემთხვევითი თეორიის პროცესების ამოცანებსა და ფეინმანის ინტეგრალებს შორის.

ფეიმანის ინტეგრალების გამოყენებით გამოკვლეულია შემთხვევითი პროცესებიდან კონკრეტული მეორე რიგის ინტეგრალური პოლინომები. ასეთი პოლინომების მახასიათებელი ფუნქცია წარმოადგენს ვარიაციულ წარმოებულებში შრედინგერის ტიპის დიფერენციალური განტოლების ამონახსნს და გამოისახება ფეინმანის ინტეგრალებით. ფეინმანის ინტეგრალების განსაზღვრის თანახმად, ისინი წარმოადგენენ სასრულჯერადიანი ინტეგრალების ზღვრებს, რაც მიუთითებს მათი გამოთვლის პროცედურას. მიღებული შედეგების დამტკიცება ეყრდნობა ფეინმანის ინტეგრალის განსაზღვრას კონუსურ არეზე.

ნაშრომში აგრეთვე მიღებულია ფეინმანის ინტეგრალების ალბათური გამოყენება. შემთხვევითი პროცესებიდან პოლინომების მახასიათებელი ფუნქციონალების პოვნის ამოცანა დაყვანილია შრედინგერის განტოლების ამოხსნაზე და ამ გზით ნაჩვენებია მათი გამოთვლის პროცედურა.

საკვანძო სიტყვები: განაწილება; დაყოფა; ზომადი სივრცე; ზღვრული გადასვლა; ინტეგრალები; მახასიათებელი ფუნქცია; ოპერატორები; შემთხვევითი პროცესი; შუალედის კვაზიზომა.

UDC 681.3
SCOPUS CODE 2613

Calculation of second-order integral polynomial distributions of random processes using Feynman integrals

Revaz Kakubava Department of Computer Engineering, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str, 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: r.kakubava@gmail.com

Givi Pipia Department of Mathematics, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str, 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: givififia@yahoo.com

Ekaterine Gulua Departament of Computational Mathematics, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str, 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: d_gulua@gtu.ge

Reviewers:

Z. Kvatadze, Professor, Faculty of Informatics and Control Systems, GTU
E-mail: zurakvatadze@yahoo.com

A. Kirtadze, Professor, Faculty of Informatics and Control Systems, GTU
E-mail: kirtadze2@yahoo.com

Abstract. The paper refers to the connections and analogies between the problems in the theory of random processes and Feynman integrals. Based on the previously obtained results, the existence of Feynman integrals for a certain class of functionals is shown.

For the simplest case of a shift in space, the “absolute continuity” conditions for the integrals, obtained using linear and nonlinear substitutions from integrals over a Gaussian quasi-measures with a complex parameter, have been found previously.

In this paper we study specifically the second-order integral polynomials of a random process using Feynman integrals. The characteristic function of such polynomials is a solution of the differential equation in the variational derivatives of the Schrödinger type and is expressed in terms of Feynman integrals. By the definition of Feynman integrals, they are finite-multiple limits, which indicate the procedure for calculating them. The proof of the results obtained is based on the introduced concept of the Feynman integral over a conic domain.

In the work, purely probabilistic applications of Feynman integrals are also found. It is possible to reduce to the solution of the Schrödinger equation the determination of the characteristic functionals of polynomials from random processes and indicate the procedure of their calculation in this way.

Key words: Characteristic function; distribution; integrals; limit transition; measurable space; operators; quasi-measure; random process; segment division.

Дата рассмотрения 12.12.2019
Дата поступления 19.12.2019
Подписано к печати 08.07.2020