UDC 008

SCOPUS CODE 2604

https://doi.org/10.36073/1512-0996-2020-1-161-168

Течение проводящей жидкости сдавливаемой между двумя параллельными вращающимися пористыми дисками с учетом слабого магнитного поля и теплопередачи при переменной электропроводности

Леван Джикидзе Департамент инженерной механики и технической экспертизы строительства, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 68б
E-mail: l.jikidze@gtu.ge

Варден Цуцкиридзе Департамент математики, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 77
E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru

Эка Элердашвили Департамент математики, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 77
E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

Рецензенты:

Д. Горгидзе, профессор строительного факультета ГТУ
E-mail: d.gorgidze@gtu.ge

Г. Тодуа, ассоциированный профессор факультета информатики и систем управления ГТУ
E-mail: gochatodua@mail.ru

Аннотация. Методом последовательных приближений (методом функции Грина и малого параметра) изучена задача о течении проводящей жидкости, сдавливаемой между двумя параллельными вращающимися пористыми дисками, с учетом слабого магнитного поля и теплопередачи, когда коэффициент электропроводности является функцией температуры жидкости

$$\sigma(z,t)=\sigma_0 T(z,t).$$

Для решения задачи использованы уравнения Навье-Стокса нестационарного течения проводящей жидкости в однородном внешнем магнитном поле и уравнение энергий. С помощью автомодельных преобразований система нелинейных уравнений движения жидкости и теплопередачи в частных производных записаны в виде системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, решения которых с помощью функции Грина приведены к решению соответствующей системы интегро-дифференциальных уравнений.

Решения задачи ищем в виде бесконечных рядов по малому параметру числа Рейнольдса. Построена функция Грина соответствующей задачи и записаны рекуррентные формулы, которые дают возможность вычислить решения в произвольном приближении. В явном виде найдены первые два приближения.

Вычислены все физические характеристики течения. Для обоих дисков также вычислен момент сопротивления вращению дисков и коэффициент теплоотдачи.

Ключевые слова: автомодельное преобразование, магнитное поле, нестационарное течение, проводимость, пористость, сдавление, теплопередача, функция Грина.

Введение

Решения уравнений движения жидкости, сдавливаемой между двумя дисками, вызывает большой интерес в теории гидродинамической смазки. Упрощения, приводящие дифференциальные уравнения в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям сделали возможным глубоко изучить характер течения.

Ишизава [1] впервые получил подобные решения в случае нестационарного ламинарного течения между двумя параллельными дисками. Позднее Ванг [2] получил подобные решения в двумерном осесимметричном случае и дал полное численное решение уравнении движения жидкости.

В последние годы явления магнитогидродинамической смазки привлекли значительное внимание ввиду ее важности во многих отраслях промышленности. Многие исследования в этом направлении были мотивированы в связи с широким использованием жидкого металла смазочных материалов в высокотемпературных подшипниках.

В теоретических и экспериментальных анализах авторов, которые исследовали явления магнитогидродинамической смазки, в уравнениях Навье-Стокса в частности или полностью были пренебрежены инерционные члены.

Последние исследования, мотивированные возврастанием скоростей современных машин использованием смазочных материалов низкой вязкости для снижения потерь энергии показали важность инерционных эффектов.

Интересными являются те случаи, когда электропроводная среда движется между проницаемыми поверхностями в магнитном поле с учетом теплопередачи. В работах [3,4] были изучены задачи о движении проводящей жидкости между параллельными вращающимися пористыми дисками с учетом слабого и сильного магнитного поля и теплопередачи.

Основная часть

В настоящей работе изучается задача о течении проводящей жидкости, сдавливаемой между двумя вращающимися пористыми дисками с учетом слабого магнитного поля и теплопередачи, когда коэффициент электропроводности является функцией температуры жидкости.

Пусть диски вращаются с угловыми скоростями $a\omega(t)$ и $b\omega(t)$ (a и b - параметры вращения) и через них происходит вдув и отсос той же жидкости со скоростью $\upsilon_w(t)$. Допустим верхний диск совершает движение относительно нижней со скоростью $\frac{dh(t)}{dt}$, где $h(t)$-расстояние между дисками, перпендикулярно дискам приложено постоянное слабое магнитное поле, диски имеют разные температуры $T_w^0(z,t)$ и $T_w^h(z,t)$ и коэффициент электропроводности меняется по закону

$$\sigma(z,t) = \sigma_0 T(z,t). \qquad (1)$$

Для решения задачи воспользуемся системой уравнений Навье-Стокса нестационарного движения проводящей жидкости, находящейся в однородном внешнем постоянном магнитном поле и уравнением энергий:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial t} + \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial z} - \dfrac{\upsilon_\varphi^2}{r} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\Delta \upsilon_r - \dfrac{\upsilon_r}{r^2}\right) - \dfrac{\sigma B^2}{\rho}\upsilon_r, \\ \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial t} + \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial z} + \dfrac{\upsilon_r \upsilon_\varphi}{r} = \nu \left(\Delta \upsilon_\varphi - \dfrac{\upsilon_\varphi}{r^2}\right) - \dfrac{\sigma B^2}{\rho}\upsilon_\varphi, \\ \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial t} + \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta \upsilon_z, \\ \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \dfrac{\upsilon_r}{r} + \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = 0, \\ \lambda \dfrac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \rho c_p \left(\dfrac{\partial T}{\partial t} + \upsilon_r \dfrac{\partial T}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial T}{\partial z}\right) \ . \end{cases} \qquad (2)$$

В уравнении энергии учитывается, что влияние диссипативных эффектов на теплопередачу пренебрежимо мало. Заметим, что здесь $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$, $+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\upsilon_r(r,z,t)$, $\upsilon_\varphi(r,z,t)$, $\upsilon_z(r,z,t)$ - компоненты скорости жидкости, ν-коэффициент вязкости, ρ - плотность, p -давление, σ - коэффициент электропроводности, B -магнитное поле, $T(r,z,t)$ - температура жидкости, c_p - теплоемкость при постоянном давлении, λ - коэффициент теплопроводности.

Систему (2) должны решить при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{cases} t=0, \quad \upsilon_r=\upsilon_\varphi=\upsilon_z=0, \quad T(0,0)=T_w^0(0,0), \quad T(h,0)=T_w^h(h,0), \\ t>0, \quad z=0, \quad \upsilon_r=0, \quad \upsilon_\varphi=ra\omega(t), \quad \upsilon_z=\upsilon_w(t), \quad T(0,t)=T_w^0(0,t), \\ \qquad z=h(t), \quad \upsilon_r=0, \quad \upsilon_\varphi=rb\omega(t), \quad \upsilon_z=-\frac{dh(t)}{dt}+\upsilon_w(t), \quad T(h,t)=T_w^h(h,t). \end{cases} \tag{3}$$

Введем новые функции и произведем преобразования переменных

$$\begin{cases} \upsilon_r=\frac{\omega' r}{1-\omega' t}f(\eta), \quad \upsilon_\varphi=\frac{\omega' r}{1-\omega' t}q(\eta), \quad \upsilon_z=\frac{\omega' h'}{\sqrt{1-\omega' t}}g(\eta), \\ \frac{p}{\rho}=\frac{\omega'\nu}{(1-\omega' t)^2}\left[(1-\omega' t)p'(\eta)+\frac{r^2}{2h'^2}K\right], \quad \eta=\frac{z}{h'\sqrt{1-\omega' t}}, \\ \upsilon_w(t)=\frac{\omega' h'}{\sqrt{1-\omega' t}}\upsilon_w', \quad h(t)=h'\sqrt{1-\omega' t}, \quad \omega(t)=\frac{\omega'}{1-\omega' t}, \\ T=\frac{T'(\eta)}{1-\omega' t}, \quad T_w=\frac{T_w'}{1-\omega' t}. \end{cases} \tag{4}$$

Если применим преобразования (4) в системе (2), учитывая что коэффициент электропроводности меняется по закону (1) и для простоты воспользуемся величинами без штрихов, то получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}=R_e\left(f+f^2-q^2+g\frac{\partial f}{\partial \eta}+\frac{1}{2}\eta\frac{\partial f}{\partial \eta}+m^2 f \quad T\right)+K, \\ \frac{\partial^2 q}{\partial \eta^2}=R_e\left(q+2fq+g\frac{\partial q}{\partial \eta}+\frac{1}{2}\eta\frac{\partial q}{\partial \eta}+m^2 qT\right), \\ \frac{\partial p}{\partial \eta}=\frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2}-R_e\left(\frac{g}{2}+g\frac{\partial g}{\partial \eta}+\frac{1}{2}\eta\frac{\partial g}{\partial \eta}\right), \\ \frac{\partial g}{\partial \eta}+2f=0, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}=R_e\left[P_r\left(T+\frac{1}{2}\eta\frac{\partial T}{\partial \eta}+g\frac{\partial T}{\partial \eta}\right)\right]. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь $m^2=\frac{\sigma B^2}{\rho\omega}$ -число магнитного взаимодействия, $R_e=\frac{\omega h^2}{\nu}$, $P_r=\frac{\mu \quad c_p}{\lambda}$ - числа Рейнольдса и Прандтля соответственно.

Для системы (5) получаются только следующие граничные условия:

$$\begin{cases} \eta = 0\ , & f = 0, \quad q = a, \quad g = \upsilon, \quad T(0) = T_w^0, \\ \eta = 1\ , & f = 0, \quad q = b, \quad g = \upsilon_w - \dfrac{1}{2}, \quad T(1) = T_w^h. \end{cases} \tag{6}$$

Решения задачи (5)-(6) с помощью функции Грина можно привести к решению следующей системы интегро-дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} f(\eta) = R_e \int_0^1 \left(f + f^2 - q^2 + g\dfrac{\partial f}{\partial \zeta} + \dfrac{1}{2}\zeta \dfrac{\partial f}{\partial \zeta} + m^2 fT \right) G(\eta,\zeta)d\zeta + K\int_0^1 G(\eta,\zeta)d\zeta, \\ q(\eta) = R_e \int_0^1 \left(q + 2fq + g\dfrac{\partial q}{\partial \zeta} + \dfrac{1}{2}\zeta \dfrac{\partial q}{\partial \zeta} + m^2 qT \right) G(\eta,\zeta)d\zeta, \\ g(\eta) = -2\int_0^\eta f(\zeta)d\zeta, \\ T(\eta) = R_e \int_0^1 \left[P_r \left(T + \dfrac{1}{2}\zeta \dfrac{\partial T}{\partial \zeta} + g\dfrac{\partial T}{\partial \zeta} \right) \right] G(\eta,\zeta)d\zeta, \end{cases} \tag{7}$$

где $G(\eta,\zeta)$ -функция Грина, которая для задачи (5)-(6) имеет следующий вид:

$$G(\eta,\zeta) = \begin{cases} G_1 = (\zeta - 1)\eta, & 0 \le \eta < \zeta, \\ G_2 = (\eta - 1)\zeta, & \zeta < \eta \le 1. \end{cases} \tag{8}$$

Решения системы (7) ищем в виде бесконечных рядов

$$\begin{cases} f = \sum_{i=0}^{\infty} R_e^i f_i, \quad q = \sum_{i=0}^{\infty} R_e^i q_i, \quad g = \sum_{i=0}^{\infty} R_e^i g_i, \\ K = \sum_{i=0}^{\infty} R_e^i K_i, \quad T = \sum_{i=0}^{\infty} R_e^i T_i. \end{cases} \tag{9}$$

Подставляя ряды (9) в систему (7) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях числа R_e, получим следующие рекуррентные соотношения:

$$f_0 = K_0 \int_0^1 G(\eta,\zeta)d\zeta,$$

$$f_j = \int_0^1 \left[f_{j-1} + \frac{1}{2}\zeta f'_{j-1} + \sum_{\alpha=0}^{j-1} (g_\alpha f'_{j-\alpha-1} - q_\alpha q_{j-\alpha-1} + f_\alpha f_{j-\alpha-1} + m^2 T_\alpha f_{j-\alpha-1}) + K_j \right] G(\eta,\zeta)d\zeta, \ (j \ge 1)$$

$$q_0 = A(\eta),$$

$$q_j = \int_0^1 \left[q_{j-1} + \frac{1}{2}\zeta \ q'_{j-1} + \sum_{\alpha=0}^{j-1} (2f_\alpha q_{j-\alpha-1} + g_\alpha q'_{j-\alpha-1} + m^2 T_\alpha q_{j-\alpha-1}) \right] G(\eta,\zeta)d\zeta, \quad (j \ge 1),$$

$$g_0 = -2\int_0^\eta f_0 d\zeta + \upsilon_w$$

$$g_j = -2\int_0^\eta f_j d\zeta, \ (j \ge 1), \ T_0 = C(\eta),$$

$$T_j = \int_0^1 \left[P_r \left(T_{j-1} + \frac{1}{2}\varsigma \ T'_{j-1} + \sum_{\alpha=0}^{j-1} g_\alpha T'_{j-\alpha-1} \right) \right] G(\eta,\varsigma)d\varsigma, (j \ge 1),$$

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

где - $A(\eta)$ и $C(\eta)$ являются решениями следующих задач

$$\begin{cases} A''(\eta)=0, \\ A(0)=a, \quad A(1)=b, \end{cases} \qquad \begin{cases} C''(\eta)=0, \\ C(0)=T_w^0, \quad C(1)=T_w^h. \end{cases}$$

Первые два приближения f_0, q_0, g_0, K_0, T_0, f_1, q_1, g_1, K_1, T_1 имеют следующий вид:

$$f_0=-\frac{3}{2}(\eta^2-\eta),\; q_0=(b-a)\eta+a,\; g_0=\frac{1}{2}(2\eta^3-3\eta^2)+\upsilon_w,\; K_0=-3,\; T_0=(T_w^h-T_w^0)\eta+T_w^0,$$

$$f_1=-\frac{1}{40}(\eta^6-\eta)+\frac{3}{40}\left[1-m^2(T_w^h-T_w^0)\right](\eta^5-\eta)-\left[\frac{(b-a)^2}{12}+\frac{2-m^2(T_w^h-2T_w^0)}{8}\right](\eta^4-\eta)+$$

$$+\left[\frac{3-4\upsilon_w+2m^2T_w^0}{8}-\frac{a(b-a)}{3}\right](\eta^3-\eta)+\frac{3\upsilon_w-2a^2+2K_1}{4}(\eta^2-\eta),$$

$$q_1=\frac{a-b}{10}(\eta^5-\eta)+\left[\frac{m^2(b-a)(T_w^h-T_w^0)}{12}-\frac{3a-b}{8}\right](\eta^4-\eta)+\left[\frac{b-a}{4}+\frac{m^2(bT_w^0-2aT_w^0+aT_w^h}{4}\right]\times$$

$$\times(\eta^3-\eta)+\frac{\upsilon_w b+a\ \ (1-\upsilon_w+m^2T_w^0)}{2}(\eta^2-\eta),$$

$$g_1=\frac{1}{20}\left(\frac{\eta^7}{7}-\frac{\eta^2}{2}\right)-\frac{3}{20}\left[1-m^2(T_w^h-T_w^0)\right]\left(\frac{\eta^6}{6}-\frac{\eta^2}{2}\right)+\left[\frac{(b-a)^2}{6}+\frac{2-m^2(T_w^h-2T_w^0)}{4}\right]\left(\frac{\eta^5}{5}-\frac{\eta^2}{2}\right)+$$

$$-\left[\frac{3-4\upsilon_w+2m^2T_w^0}{4}-\frac{2a(b-a)}{3}\right]\left(\frac{\eta^4}{4}-\frac{\eta^2}{2}\right)-\frac{3\upsilon_w-2a^2+2K_1}{2}\left(\frac{\eta^3}{3}-\frac{\eta^2}{2}\right),$$

$$K_1=-\frac{117}{280}+ab+\frac{3(b-a)^2}{10}-\frac{3m^2}{20}(T_w^h+T_w^0),$$

$$T_1=P_r\left[\frac{T_w^h-T_w^0}{40}(2\eta^5-5\eta^4+10\eta^3-7\eta)+\frac{T_w^0+\upsilon_w(T_w^h-T_w^0)}{2}(\eta^2-\eta)\right].$$

Для давления жидкости будем иметь выражение

$$p=p_0+3(\eta^2-\eta)+R_e\left\{-\frac{9}{20}\eta^6+\frac{3}{2}\eta^5-\frac{13}{8}\eta^4+\left(\frac{3}{4}-\upsilon_w\right)\eta^3+\frac{3\upsilon_w}{2}\eta^2-\left(\frac{1}{20}+\frac{\upsilon_w}{2}\right)\eta-\right.$$

$$-\frac{3}{20}\left[1-m^2(T_w^h-T_w^0)\right](\eta^5-\eta)+\left[\frac{(b-a)^2}{6}+\frac{2-m^2(T_w^h-2T_w^0)}{4}\right](\eta^4-\eta)+\left[\frac{2a\ \ (b-a)}{3}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{3-4\upsilon_w+2m^2T_w^0}{4}\right](\eta^3-\eta)-\frac{3\upsilon_w-2a^2+2K_1}{2}(\eta^2-\eta)\right\}.$$

где p_0 начальное значение давления.

Пренебрегая влиянием кромок дисков на течение жидкости, при достачно больших значениях R - радиусов дисков можно вычислить моменты сопротивления вращению дисков:

для верхнего диска

$$M^{(0)}=-\frac{\pi\mu\omega(t)R^4}{2h(t)}\left\{b-a+\frac{R_e}{4}\left[\frac{(a-b)(1+20\upsilon_w)-10b}{10}-\frac{m^2\left[(a+b)(T_w^h+T_w^0)+2aT_w^0\right]}{3}\right]\right\},$$

для нижнего диска

$$M^{(h)} = -\frac{\pi\mu\omega(t)R^4}{2h(t)}\left\{b-a+\frac{R_e}{4}\left[\frac{(b-a)(19+20\upsilon_w)-10a}{10}-\frac{m^2\left[(a+b)(T_w^h+T_w^0)+2bT_w^h\right]}{3}\right]\right\}.$$

Для коэффициента теплоотдачи получаются следующие значения:

для верхнего диска

$$N^{(0)} = -\frac{r(T_w^h-T_w^0)}{T_w^0 h(t)}\left[1-\frac{R_e\cdot P_r}{2}\left(\frac{7+20\upsilon_w}{20}+\frac{T_w^0}{T_w^h-T_w^0}\right)\right],$$

для нижнего диска

$$N^{(h)} = -\frac{r(T_w^h-T_w^0)}{T_w^0 h(t)}\left[1+\frac{R_e\cdot P_r}{2}\left(\frac{13+20\upsilon_w}{20}+\frac{T_w^0}{T_w^h-T_w^0}\right)\right].$$

Заключение

Из выше полученных результатов можно легко усмотреть влияние скорости просачивания - $\upsilon_w(t)$, коэффициента магнитного взаимодействия- m, угловых скоростей дисков- $a\omega(t)$, $b\omega(t)$, температур дисков - T_w^0 и T_w^h, а также чисел Рейнольдса - R_e и Прандтля - P_r, на физические характеристики течения жидкости.

Литература

1. Ishizava S. The unsteady laminar flow between two parallel discs with arbitrarily varying gap width. Bulletin of JSME. Vol.9. №35. 1966, 533-550 pp.
2. Wang C.Y. The squeezing of a fluid between two plates. Journal of applied mechanics. 1976, 576-583 pp.
3. Jikidze L., Tsutskiridze V. Approximate method for solving an unsteady rotation problem for a porous plate in the conducting fluid with regard for the heat transfer in the case of electroconductivity. Several Problems Appl. Math. Mech. Series: Sci. Technol. Math. Phys. (ebook). New York. 2013, 157–164.
4. Jikidze L., Tsutskiridze V. Non stationary flow of a conducting fluid squeezed between two parallel infinite rotating porous disks taking into account strong magnetic field and the heat transfer. Georgian Technical University. Works. №4 (510). 2018, 126-135 pp.
5. Hughes W.F., Elko R.A. Magnetohydrodynamic lubrication flow between parallel rotating disks. Journal of fluid mechanics. №13. 1962, 21-32 pp.
6. Kamiyama S. Inertia effects in MHD hydrostatic thrust bearing. Journal of lubrication technology. Vol.90. №4. 1969, 589-596 pp.
7. Hamza E.A., Macdonald D.A. A similar flow between two rotating discs. Quarterly journal of applied mathematics. №41. 1984, 495-511 pp.
8. Hamza E.A. The magnetohydrodynamic squeeze film. Journal of tribology. 110(2). 1988, 375-377 pp.
9. Hamza E.A. A similar flow between two disks in the presence of a magnetic field. Journal of applied mechanics. 56(1). 1989, 218-221 pp.
10. Vatazhin A. B., Lyubimov G.A.., Regirer S.A. magnetohydrodynamic flows in channels. Moscow: “Nauka”. 1970 (in Russian).

UDC 008
SCOPUS CODE 2604

ორ პარალელურ მბრუნავ ფოროვან დისკოს შორის დაწნეხილი გამტარი სითხის არასტაციონარული დინება, სუსტი მაგნიტური ველისა და სითბოგადაცემის გათვალისწინებით, ცვლადი ელექტროგამტარობის შემთხვევაში

ლევან ჯიქიძე საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68ბ
E-mail: l.jikidze@gtu.ge

ვარდენ ცუცქირიძე მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77
E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru

ეკა ელერდაშვილი მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77
E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

რეცენზენტები:

დ. გორგიძე, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: d.gorgidze@gtu.ge

გ. თოდუა, სტუ-ის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი
E-mail: gochatodua@mail.ru

ანოტაცია. მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით (გრინის ფუნქციისა და მცირე პარამეტრის მეთოდი) შესწავლილია ორ პარალელურ მბრუნავ ფოროვან დისკოს შორის ელექტროგამტარი სითხის დაწნეხის არასტაციონარული ამოცანა, სუსტი ერთგვაროვანი მაგნიტური ველისა და სითბოგადაცემის გათვალისწინებით, როცა ელექტროგამტარობის კოეფიციენტი სითხის ტემპერატურის ფუნქციაა

$$\sigma(z,t)=\sigma_0 T(z,t).$$

ამოცანის ამოსახსნელად გამოყენებულია ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში ელექტროგამტარი სითხის არასტაციონარული მოძრაობის ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემა და ენერგიის განტოლება. ავტომოდელური გარდაქმნებით სითხის მოძრაობისა და სითბოგადაცემის კერძოწარმოებულებიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა ჩაწერილია ჩვეულებრივი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის სახით, რომლის ამოხსნა, გრინის ფუნქციის გამოყენებით, დაყვანილია შესაბამისი ინტეგრალურ-დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე.

ამოცანის ამოხსნას ვეძებთ უსასრულო მწკრივის სახით რეინოლდსის რიცხვის მცირე მნიშვნელობისათვის. აგებულია შესაბამისი ამოცანის გრინის ფუნქცია და ჩაწერილია რეკურენტული ფორმულები, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს ამოვხსნათ ნებისმიერი მიახლოებით. ცხადი სახით ნაპოვნია პირველი ორი მიახლოება. გამოთვლილია დინების ყველა ფიზიკური მახასიათებელი, ასევე ორივე დისკოსათვის გამოთვლილია მათი ბრუნვის წინაღობის მომენტი და სითბოგადაცემის კოეფიციენტი.

საკვანძო სიტყვები: ავტომოდელური გარდაქმნა; არასტაციონარული დინება; გრინის ფუნქცია; გამტარებლობა; დაწნეხა; მაგნიტური ველი; სითბოგადაცემა; ფორიანობა.

UDC 008
SCOPUS CODE 2604

Nonstationary flow of a conducting fluid squeezed between two parallel rotating porous disks taking into account weak magnetic field and the heat transfer with variable electrical conductivity

Levan Jikidze Department of Engineering Mechanics and Civil Engineering Technical Expertise, Georgian Technical University, 68 б M. Kostava str, 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: l.jikidze@gtu.ge

Varden Tsutskiridze Department of Mathematics, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str, 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru

Eka Elerdashvili Address.Department of Mathematics, Georgian Technical University, 77 M. Kostava str, 0160 Tbilisi, Georgia
E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

Reviewers:

D. Gorgidze, Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU
E-mail: d.gorgidze@gtu.ge
G. Todua, Associate Professor, Faculty of Informatics and Control Sistems, GTU
E-mail: gochatodua@mail.ru

Abstract. The issues of nonstationary flow of an electrically conducting fluid squeezed between two parallel rotating porous disks have been studied by the method of successive approximation (the method of Green's function and a small parameter), taking into account strong uniform magnetic field and heat transfer, when the coefficient of electrical conductivity is a function of the fluid temperature:

$$\sigma(z,t)=\sigma_0 T(z,t).$$

Navier-Stokes equations of nonstationary flow of an electrically conducting fluid in the uniform magnetic field and energy equation are used for the problem solution.

The system of nonlinear equations of the flow of fluid and heat transfer in partial derivatives is written in the form of a system of ordinary nonlinear differential equations by using of automodel transformations, the solution of which is based on Green's function and is led to the problem solution of appropriate integro-differential equations system.

The problem solution is considered in the form of infinite series at low Reynolds number. Green's functions of the corresponding problems are developed and recurrent formulas are written down which make it possible to calculate solutions with arbitrary precision. The first two approximations are found in explicit form.

All physical characteristics of the flow are calculated. The antitorque moments of the disks and the heat transfer coefficients are also calculated for both disks.

Key words: Automodel transformation; conductivity; Green's function; heat transfer; magnetic field; nonstationary flow; porosity; squeezing.

Дата рассмотрения 11.10.2019
Дата поступления 24.10.2019
Подписано к печати 26.03.2020