UDC 008
SCOPUS CODE 2604
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2022-3-157-165

ელექტროგამტარ სითხეში ფოროვანი წრიული ფირფიტის ბრუნვით წარმოქმნილი სასაზღვრო ფენის სტაციონარული ამოცანა სუსტი მაგნიტური ველისა და თბოგადაცემის გათვალისწინებით ცვლადი გაჟონვის სიჩქარის შემთხვევაში

ლევან ჯიქიძე	საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68ბ E-mail: l.jikidze@gtu.ge
ვარდენ ცუცქირიძე	მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru
ეკა ელერდაშვილი	მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

რეცენზენტები:

ტ. კვიციანი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: tarielk@mail.ru

გ. ყიფიანი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: gelakip@gmail.com

ანოტაცია. ნაშრომში შესწავლილია ელექტროგამტარ სითხეში მბრუნავი წრიული ფოროვანი ფირფიტის ბრუნვით წარმოქმნილი სასაზღვრო ფენის სტაციონარული ამოცანა სუსტი მაგნიტური ველისა და თბოგადაცემის გათვალისწინებით, როდესაც ფირფიტაში სითხის გაჟონვის სიჩქარე იცვლება წრფივი კანონით.

ამოცანა ამოხსნილია მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით (შვეცის მეთოდი). ამოსახსნელად გამოყენებულია მაგნიტურ ველში გამტარი სითხის სტაციონარული დინების ნავიე-სტოქსისა და ენერგიის არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა, რომელიც კარმანის განზოგადებული ჩასმების გამოყენებით ჩაწერილია ჩვეულებრივ არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის სახით.

მიღებული განტოლებათა სისტემის ამოხსნები იძებნება უსასრულო მწკრივების სახით. ცხადი სახით ნაპოვნია პირველი ორი მიახლოება. დინამი-

კური და სითბური სასაზღვრო ფენების სისქის განსასაზღვრავად მიღებულია შესაბამისი განტოლებები და მათი ზუსტი ამოხსნები.

გამოთვლილია სითხის დინების ყველა კინემატიკური მახასიათებელი და მიღებულია გამოსახულებები წრიულ ფირფიტაზე თბოგადაცემისა და წნევის განაწილებისათვის. ასევე გამოთვლილია ფირფიტის ბრუნვის წინაღობის მომენტი და თბოგადაცემის კოეფიციენტი.

კერძო შემთხვევაში დადგენილია დამოკიდებულება დინამიკურ და სითბურ სასაზღვრო ფენათა სისქეებს შორის.

საკვანძო სიტყვები: გამტარებლობა; გაჟონვის სიჩქარე; თბოგადაცემა; კარმანის ჩასმები; მაგნიტური ველი; სტაციონარული დინება; სასაზღვრო ფენა; ფორიანობა.

შესავალი

სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანის ამოხსნისას ხშირად გვიწევს ისეთი სითხეების მოძრაობის შესწავლა, რომელთაც ძალიან მცირე სიბლანტე აქვთ. ასეთ სითხეებს განეკუთვნება, მაგალითად, წყალი, შემზეთავი საშუალებები და სხვა. თუ ერთდროულად გარსდენადი სხეულების ზომები და სითხის დინების სიჩქარე არ არის ძალიან მცირე, მაშინ მიიღება დინებები რეინოლდსის რიცხვის საკმარისად დიდი მნიშვნელობებით. როგორც ცდები გვიჩვენებს, ამ შემთხვევებში სიბლანტის გავლენა ვლინდება გარსდენადი სხეულების ზედაპირების მახლობლობაში. ეს გარემოება თავის დროზე აღნიშნული იყო დ. მენდელეევის მიერ მის ძირეულ კვლევებში, რომლებიც ეძღვნებოდა სითხის წინააღმდეგობის საკითხებს და აერონავტიკას (1880 წ). სიბლანტის გავლენა კედლების მახლობლობაში მნიშვნელოვანია იმ მიზეზის გამო, რომ თუნდაც ძალიან მცირე სიბლანტის მქონე სითხე ინარჩუნებს გარსდენადი სხეულის ზედაპირზე მიკვრის თვისებას. აქედან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ გარსდენად ზედაპირზე სითხე ეკვრის სხეულს, შემდეგ ზედაპირიდან დაშორებისას სითხის სიჩქარე სწრაფად იზრდება და რაღაც δ მანძილზე (სასაზღვრო ფენა) იღებს იმ მნიშვნელობას, რომელიც პრაქტიკულად ტოლი იქნებოდა იმ სიჩქარისა, რომელიც მას ექნებოდა განსახილავი სხეულის ხახუნის გარეშე სითხით გარსდენისას.

შესაბამისად, საინტერესოა სითხის ყოფაქცევის შესწავლა სასაზღვრო ფენაში. ამ მიმართულებით პირველი კვლევა ჩაატარა პრანდტლმა [1], რომელმაც მოგვცა სასაზღვრო ფენაში სითხის მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლებები და მათი მიახლოებითი ამოხსნები ფირფიტის გარსდენის შემთხვევაში.

იმ დროიდან, როდესაც გამოჩნდა კარმანისა [2] და კოკრენის [3] ნაშრომები, რომლებიც დაკავშირებული იყო უსასრულო ფირფიტის ან დიდი რადიუსის მქონე დისკოს ბრუნვით გამოწვეული სითხის დინებების შესწავლასთან, დასაბამი მიეცა იმ გარდაქმნების გამოყენებას (კარმანის ჩასმები), რომელთა საშუალებითაც სითხის მოძრაობის არაწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებები დაიყვანება ჩვეულებრივ არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებებზე, რამაც შესაძლებელი გახადა ღრმად შესწავლილიყო დინების ხასიათი. დიდ ინტერესს იწვევს ისეთი ამოცანების შე-

სწავლა, სადაც გათვალისწინებულია გარსდენადი სხეულების ფორიანობა. ამ მიმართულებით ერთ-ერთი პირველი იყო სტიუარტი [4], რომელმაც თავის ნაშრომში შეისწავლა მბრუნავი ფოროვანი დისკოს ზედაპირიდან სითხის გამოჟონვის სიჩქარის გავლენა სითხის დინებაზე.

ასევე საინტერესოა ისეთი სტაციონარული და არასტაციონარული ამოცანების შესწავლა, რომლებშიც გათვალისწინებულია გამტარი სითხით გარსდენადი ფოროვანი ზედაპირების მახლობლობაში მაგნიტური ველის ზემოქმედება, ასევე სითბური ეფექტები.

[5] შრომაში შესწავლილია ფოროვანი ფირფიტის ბრუნვით გამოწვეული სუსტად გამტარი სითხის არასტაციონარული დინება თბოგადაცემის გათვალისწინებით, როცა შეჟონვის სიჩქარე დროის ფუნქციაა. განსაზღვრულია დინამიკური და სითბური სასაზღვრო ფენათა სისქეები შეჟონვის სიჩქარის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის და დადგენილია ფუნქციური დამოკიდებულებები მათ შორის.

[6] შრომაში არაწრფივი წევრების გასაშუალების მეთოდით შესწავლილია ბლანტი უკუმშველი სითხის არასტაციონარული დინება ფოროვანი ფირფიტის მახლობლობაში ერთგვაროვანი მაგნიტური ველისა და თბოგადაცემის გათვალისწინებით. განსაზღვრულია დინამიკური და სითბური სასაზღვრო ფენების სისქეები. მათი საშუალებით გამოთვლილია დინების ფიზიკური მახასიათებლები.

ძირითადი ნაწილი

წინამდებარე ნაშრომში მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით (შვეცის მეთოდი) შესწავლილია გამტარ სითხეში ფოროვანი წრიული ფირფიტის ბრუნვით წარმოქმნილი სასაზღვრო ფენის სტაციონარული ამოცანა სუსტი ერთგვაროვანი მაგნიტური ველისა და თბოგადაცემის გათვალისწინებით, როდესაც ფირფიტაში სითხის გაჟონვის სიჩქარე იცვლება წრფივი კანონით. ამოცანაში დაშვებულია, რომ მაგნიტური ველი მოქმედებს ფირფიტის მართობულად და ფირფიტაში სითხის გაჟონვაც ხდება ფირფიტის მართობული მიმართულებით (z ღერძის პარალელურად).

ამოცანის ამოსახსნელად გამოვიყენოთ მაგნიტურ ველში გამტარი სითხის სტაციონარული მოძრაობის ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემა და ენერგიის განტოლება

$$\begin{cases} \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial z} - \dfrac{\upsilon_\varphi^2}{r} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\dfrac{\partial^2 \upsilon_r}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \upsilon_r}{\partial z^2} - \dfrac{\upsilon_r}{r^2} \right) - \dfrac{\sigma B^2}{\rho}\upsilon_r, \\ \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial z} + \dfrac{\upsilon_r \upsilon_\varphi}{r} = \nu \left(\dfrac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial z^2} - \dfrac{\upsilon_\varphi}{r^2} \right) - \dfrac{\sigma B^2}{\rho}\upsilon_\varphi, \\ \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\dfrac{\partial^2 \upsilon_z}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \upsilon_z}{\partial z^2} \right), \\ \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \dfrac{\upsilon_r}{r} + \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = 0, \\ \lambda \dfrac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho c_p \left(\upsilon_r \dfrac{\partial T}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial T}{\partial z} \right) . \end{cases} \tag{1}$$

ენერგიის განტოლებაში გათვალისწინებულია რომ დისიპაციური ეფექტების გავლენა თბოგადაცემაზე უსასრულოდ მცირეა. შევნიშნოთ, რომ (1) განტოლებათა სისტემაში $\upsilon_r(r,z)$, $\upsilon_\varphi(r,z)$, $\upsilon_z(r,z)$ არის სითხის სიჩქარის კომპონენტები, ν – სითხის სიბლანტის კოეფიციენტი, ρ – სიმკვრივე, p – წნევა, σ – ელექტრო-გამტარობის კოეფიციენტი, B – მაგნიტური ველი, λ – თბოგამტარებლობის კოეფიციენტი, $T(r,z)$ – სით-ხის ტემპერატურა, c_p – თბოტევადობა მუდმივი ტემპერატურის დროს.

(1) განტოლებათა სისტემა უნდა ამოიხსნას შემდეგი სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით:

$$\begin{cases} z=0, \quad \upsilon_r=0, \quad \upsilon_\varphi=r\omega, \quad \upsilon_z=\upsilon_w, \quad T=T_w, \\ z=\infty, \quad \upsilon_r=0, \quad \upsilon_\varphi=0, \quad T=T_\infty. \end{cases} \tag{2}$$

შემოვიტანოთ ახალი ფუნქციები და ცვლადები გარდავქმნათ შემდეგნაირად:

$$\begin{cases} \upsilon_r(r,z)=r\omega \;\; f(\eta), \quad \upsilon_\varphi(r,z)=r\omega \;\; q(\eta), \quad \upsilon_z(z)=\sqrt{\nu\omega}g(\eta), \\ \upsilon_w(z)=\sqrt{\nu\omega} \;\; u_w(\eta), \quad p(z)=-\rho\nu\omega \;\; P(\eta), \quad z=\sqrt{\dfrac{\nu}{\omega}}\eta, \qquad T(z)=T_\infty+(T_w-T_\infty) \;\; \theta(\eta). \end{cases} \tag{3}$$

თუ (3) გარდაქმნებს გამოვიყენებთ (1) სისტემაში, მივიღებთ ახალ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 f}{d\eta^2}-m^2 f-g\dfrac{df}{d\eta}-f^2+q^2=0, \qquad \dfrac{d^2 q}{d\eta^2}-m^2 q-g\dfrac{dq}{d\eta}-2fq=0, \\ \dfrac{dP}{d\eta}=-\dfrac{d^2 g}{d\eta^2}+g\dfrac{dg}{d\eta}, \qquad \dfrac{dg}{d\eta}+2f=0, \\ \dfrac{d^2\theta}{\partial\eta^2}=P_r\left(g\dfrac{d\theta}{d\eta}\right). \end{cases} \tag{4}$$

მიღებულ განტოლებათა სისტემაში $m^2=\dfrac{\sigma B^2}{\rho\omega}$ და $P_r=\dfrac{\mu \;\; c_p}{\lambda}$ შესაბამისად, მაგნიტური ურთიერთქმე-დებისა და პრანდტლის რიცხვებია.

ვთქვათ, ფირფიტაში სითხის გაჟონვის სიჩქარე იცვლება შემდეგი კანონის მიხედვით:

$$u_w=k+b\eta,$$

სადაც k და b უარყოფითი მუდმივებია.

დინამიკურ და სითბურ სასაზღვრო ფენათა სისქეების გამოსათვლელად, რომლებიც წარმოიქმნება მბრუნავი ფირფიტის ზედაპირზე, ასიმპტოტურ ფენათა ნაცვლად განვიხილოთ სასრული სისქის სასაზღ-ვრო ფენები, რომელთა განსასაზღვრავად ვისარგებლოთ შემდეგი პირობებით:

$$\eta = \delta, \ \frac{dq}{d\eta} = 0 \text{ და } \eta = \delta_T, \ \frac{d\theta}{d\eta} = 0. \tag{5}$$

ყოველივე აქედან გამომდინარე, (4) განტოლებათა სისტემის ამოსახსნელად საბოლოოდ გვექნება შემდეგი სასაზღვრო პირობები:

$$\begin{cases} \eta = 0, \quad f = 0, \quad q = 1, \quad g = u_w(0) = k, \quad \theta = 1, \\ \eta = \delta, \quad f = 0, \quad q = 0, \quad \dfrac{dq}{d\eta} = 0, \quad \eta = \delta_T, \quad \theta = 0, \quad \dfrac{d\theta}{d\eta} = 0. \end{cases} \tag{6}$$

(4) სისტემის ამოხსნები ვეძებოთ უსასრულო მწკრივების სახით

$$f = \sum_{i=0}^{\infty} f_i, \ \ q = \sum_{i=0}^{\infty} q_i, \ \ g = \sum_{i=0}^{\infty} g_i, \ \ \theta = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \tag{7}$$

და შემოვიფარგლოთ პირველი ორი მიახლოების განსაზღვრით.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ სითხის დინებაზე მოქმედებს სუსტი მაგნიტური ველი, შესაბამისად f_0, q_0, θ_0, f_1, q_1, θ_1 უნქციები წარმოადგენს შემდეგ ამოცანათა ამონახსნებს:

$$\frac{d^2 f_0}{d\eta^2} = 0, \ \frac{d^2 q_0}{d\eta^2} = 0, \ \frac{d^2 \theta_0}{d\eta^2} = 0,$$

$$\begin{cases} \eta = 0, \quad f_0 = 0, \quad q_0 = 1, \quad \theta_0 = 1, \\ \eta = \delta, \quad f_0 = 0, \quad q_0 = 0, \quad \eta = \delta_T, \quad \theta_0 = 0, \end{cases}$$

$$\frac{d^2 f_1}{d\eta^2} = g_0 \frac{df_0}{d\eta} + f_0^2 - q_0^2 + m^2 f_0, \ \frac{d^2 q_1}{d\eta^2} = g_0 \frac{dq_0}{d\eta} + 2 f_0 q_0 + m^2 q_0, \ \frac{d^2 \theta_1}{d\eta^2} = P_r \left(g_0 \frac{d\theta_0}{d\eta} \right),$$

$$\begin{cases} \eta = 0, \quad f_1 = 0, \quad q_1 = 0, \quad \theta_1 = 0, \\ \eta = \delta, \quad f_1 = 0, \quad q_1 = 0, \quad \eta = \delta_T, \quad \theta_1 = 0, \end{cases}$$

g_0 და g_1 ფუნქციები კი განისაზღვრება შემდეგი ტოლობების საფუძველზე:

$$g_0 = -2\int_0^\eta f_0 d\zeta + u_w(\eta), \ \ g_1 = -2\int_0^\eta f_1 d\zeta.$$

(7) მწკრივების პირველ ორ მიახლოებებს - f_0, q_0, g_0, θ_0, f_1, q_1, g_1, θ_1 აქვს შემდეგი სახე:

$$f_0 = 0,\;\; q_0 = 1-\frac{\eta}{\delta},\;\; g_0 = u_w(\eta) = k + b\eta,\;\; \theta_0 = 1-\frac{\eta}{\delta_T},$$

$$f_1 = \frac{11}{12}\delta\eta - \frac{\eta^2}{2} - \frac{1}{3\delta}\eta^3 - \frac{1}{12\delta^2}\eta^4,\;\; q_1 = \left(\frac{k}{2}+\frac{b-2m^2}{6}\delta\right)\eta + \left(\frac{m^2}{2}-\frac{k}{2\delta}\right)\eta^2 - \frac{b+m^2}{6\delta}\eta^3,$$

$$g_1 = -\frac{11}{12}\delta\eta^2 + \frac{\eta^3}{3} + \frac{1}{6\delta}\eta^4 + \frac{1}{30\delta^2}\eta^5,\;\; \theta_1 = P_r\left[\left(\frac{k}{2}+\frac{b}{6}\delta_T\right)\eta - \frac{k}{2\delta_T}\eta^2 - \frac{b}{6\delta_T}\eta^3\right].$$

დინამიკური და სითბური სასაზღვრო ფენების სისქეების გამოსათვლელად, (5) პირობების გამოყენებით მივიღებთ შემდეგ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases}(m^2-2b)\delta^2 - 3k\delta - 6 = 0,\\ 2b\delta_T^2 + 3k\delta_T + \dfrac{6}{P_r} = 0,\end{cases}$$

საიდანაც, იმის გათვალისწინებით, რომ $k<0$ და $b<0$, მივიღებთ:

$$\delta = \frac{3k}{2(m^2-2b)} + \sqrt{\frac{9k^2}{4(m^2-2b)^2} + \frac{6}{m^2-2b}}, \tag{8}$$

$$\delta_T = -\frac{3k}{4b} + \sqrt{\frac{9k^2}{16b^2} - \frac{3}{bP_r}}. \tag{9}$$

ფირფიტის ზედაპირზე წნევის განაწილებისათვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$P = P_0 + \left(bk + \frac{11\delta}{6}\right)\eta + \left(\frac{b^2}{2} - \frac{11k}{12}\delta - 1\right)\eta^2 + \left(\frac{k}{3} - \frac{11b}{12}\delta - \frac{2}{3\delta}\right)\eta^3 +$$
$$+\left(\frac{b}{3} + \frac{121\delta^2}{288} + \frac{k}{6\delta} - \frac{1}{6\delta^2}\right)\eta^4 + \left(\frac{b}{6\delta} - \frac{11}{36}\delta + \frac{k}{30\delta^2}\right)\eta^5 + \left(\frac{b}{30\delta^2} - \frac{7}{72}\right)\eta^6 +$$
$$+\frac{23}{2520\delta}\eta^7 + \frac{1}{40\delta^2}\eta^8 + \frac{11}{1620\delta^3}\eta^9 + \frac{1}{1800\delta^4}\eta^{10}.$$

სადაც P_0 ფირფიტაზე წნევის საწყისი მნიშვნელობაა.

თუ უგულებელვყოფთ სითხის დინებაზე ფირფიტის კიდის გავლენას, მაშინ R რადიუსის საკმარისად დიდი მნიშვნელობებისათვის შეიძლება გამოვთვალოთ ფირფიტის ბრუნვის წინააღმდეგობის მომენტი. გვექნება:

$$M = -\frac{\mu\omega SR}{12}\sqrt{R_e}\left[(b-2m^2)\delta + 3k - \frac{6}{\delta}\right],$$

სადაც $S = \pi R^2$ არის ფირფიტის ზედაპირის ფართობი, $R-$ ფირფიტის რადიუსი, $R_e = \frac{\omega R^2}{\nu}$ კი – რეინოლდსის რიცხვი.

თბოგადაცემის კოეფიციენტისათვის გვექნება შემდეგი გამოსახულება:

$$N = -\frac{r\ \sqrt{R_e}}{R}\ \left(1 - \frac{T_\infty}{T_w}\right)\ \left[P_r\left(\frac{k}{2} + \frac{b}{2}\delta_T\right) - \frac{1}{\delta_T}\right].$$

დასკვნა

გავაანალიზოთ მიღებული შედეგები. თუ დავაკვირდებით (8) და (9) გამოსახულებებს, რომლებიც განსაზღვრავენ დინამიკურ და სითბურ სასაზღვრო ფენათა სისქეებს, ადვილად დავრწმუნდებით, რომ თუ სითხის დინებაზე არ მოქმედებს მაგნიტური ველი ($m = 0$) და პრანდტლის რიცხვი $P_r = 1$, მაშინ

$$\delta = \delta_T = -\frac{3k}{4b} + \sqrt{\frac{9k^2}{16b^2} - \frac{3}{b}}\ ,$$

ე.ი. დინამიკურ და სითბურ სასაზღვრო ფენათა სისქეები ერთნაირია.

მიღებული შედეგების მიხედვით ასევე ადვილად შეიძლება დავასკვნათ, რომ ფირფიტის ბრუნვის წინაღობის მომენტის მნიშვნელობა იცვლება ბრუნვის კუთხური სიჩქარის, ფირფიტის ზედაპირის ფართობის, მისი რადიუსისა და რეინოლდსის რიცხვის პროპორციულად, თბოგადაცემის კოეფიციენტი კი – რეინოლდსის რიცხვის პროპორციულად და ფირფიტის რადიუსის უკუპროპორციულად.

ლიტერატურა

1. Prandtl, L. (1904). *On Liquid Movement with Very Little Friction.* [Paper presentation]. III International Congress of Mathematicians, Heidelberg, Germany. (In German);
2. Karman, T. (1921). About Laminar and Turbulent Friction. *ZAAM, 1,* 233-252. (In German);
3. Cochran, W.G. (1934) The Flow Due to a Rotating Disk. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 30,* 365-375. http://dx.doi.org/10.1017/S0305004100012561. (In English);
4. Stuart, J.T. (1954). On the effects of uniform suction on the steady flow due to a rotating disk. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 7*(4), 446-449. (In English);
5. Jikidze, L. (1995). Approximate method of the nonstationary rotation problem of the porous plate in the weak conductive fluid. *Proceedings of Tbilisi State University, 320,* 65-77. (In Russian);
6. Jikidze, L., Tsutskiridze, V. (2017). Nonstationary flow of the conducting fluid near the rotating porous disk with regard to magnetic field and heat transfer. *Works of GTU, 2*(504), 169-173. (In Russian);

7. Shvets, M.Ye. (1949). Approximate solution of certain problems of the hydrodynamics of the boundary layer. *Applied mathematics and mechanics, 13*(3), 257-266. (In Russian);
8. Slezkin, N.A., Targ, S.M. (1946). The generalized equations of Reynolds. *Reports of Academy of Sciences of the USSR, 54* (3), 205-208. (In Russian);
9. Targ, S.M. (1951). *Basic problems of the theory of laminar flows.* (In Russian);

Dorfman, L.A. (1960). Pressure drop and heat transfer of rotating bodies. Moscow: Fizmatgiz. (In Russian).

UDC 008
SCOPUS CODE 2604
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2022-3-157-165

Stationary Task of the Boundary Layer Generated by the Rotation of a Porous Circular Plate in an Electrically Conductive Fluid With Respect to a Weak Magnetic Field and Heat Transfer at Variable Suction Velocity

Levan Jikidze Department of Engineering Mechanics and Technical Expertise of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68[b], M. Kostava str.
E-mail: l.jikidze@gtu.ge

Varden Tsutskiridze Department of Mathematics, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 77, M. Kostava str.
E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru

Eka Elerdashvili Department of Mathematics, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 77, M. Kostava str.
E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

Reviewers:
T. Kvitsiani, Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU
E-mail: tarielk@mail.ru
G. Kipiani, Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU
E-mail: gelakip@gmail.com

Abstract. The paper investigates the stationary task of the boundary layer generated by the rotation of a circular porous plate rotating in an electrically conductive fluid with respect a weak magnetic field and heat transfer when the suction velocity into the plate changes by a linear law.

The problem is solved by using the method of successive approximation (Shvec method). For solving it, in the magnetic field electrically conductive fluid flow Navier-Stokes and energy nonlinear differential equations in partial derivatives is used, which is recorded as a system of ordinary nonlinear differential equations using Karman general insertions.

The solutions of the obtained system of equations are sought in the form of infinite series. The first two approaches are clearly found. Appropriate equations are obtained to determine the thickness of dynamic and thermal boundary layers and their exact solutions are obtained.

All the kinematic characteristics of the fluid flow are calculated and images are obtained for the heat transfer and pressure distribution on the circular plate. The torque of rotation of the plate and the coefficient of heat transfer are also calculated.

In the particular case, the relationship between the thicknesses of the dynamic and thermal boundary layers is established.

Keywords: boundary layer; conductivity; heat transfer; Karman insertion; magnetic field; porosity; suction velocity; stationary flow.

განხილვის თარიღი 04.05.2022
შემოსვლის თარიღი 17.05.2022
ხელმოწერილია დასაბეჭდად 23.09.2022