UDC 008

SCOPUS CODE 2604

https://doi.org/10.36073/1512-0996-2023-3-123-132

ელექტროგამტარ სითხეში წრიული ფოროვანი ფირფიტის ბრუნვის სტაციონარული ამოცანა გაჟონვის სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისათვის თბოგადაცემით, მაგნიტური ველისა და ჯოულის სითბოს გათვალისწინებით

ლევან ჯიქიძე	საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68ზ E-mail: l.jikidze@gtu.ge
ვარდენ ცუცქირიძე	მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru
ეკა ელერდაშვილი	მათემატიკის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

რეცენზენტები:

ტ. კვიციანი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: tarielk@mail.ru

გ. ყიფიანი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: gelakip@gmail.com

ანოტაცია. ნაშრომში მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით (გრინის ფუნქციისა და მცირე პარამეტრის მეთოდი) შესწავლილია ელექტროგამტარ სითხეში წრიული ფოროვანი ფირფიტის ბრუნვის სტაციონარული ამოცანა გაჟონვის სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისათვის თბოგადაცემით, მაგნიტური ველისა ჯოულის სითბოს გათვალისწინებით.

განხილულია შემთხვევა, როდესაც თბოგადაცემაზე დისიპაციური წევრების გავლენა ძალიან მცირეა, ენერგიის განტოლებაში გათვალისწინებულია თბოგადაცემაზე ჯოულის სითბოს გავლენა და იგულისხმება, რომ ტემპერატურა ფირფიტის რადიუსის გასწვრივ იცვლება კვადრატული კანონით.

ამოცანის ამოსახსნელად მაგნიტურ ველში სითხის მოძრაობის ნავიე–სტოქსისა და ენერგიის კერძოწარმოებულებიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებები კარმანის განზოგადებული ჩასმების გამოყენებით დაყვანილია ჩვეულებრივ არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებებზე, რომელთა ამოხს-

ნებს ვეძებთ უსასრულო მწკრივების სახით გაჟონვის პარამეტრის მცირე მნიშვნელობებისათვის.

ამოცანის ამოხსნა გრინის ფუნქციის საშუალებით დაყვანილია ინტეგრალურ-დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნაზე. მიღებულია რეკურენტული ფორმულები, რომელთა საშუალებითაც შესაძლებელია გამოვთვალოთ ამონახსნები ნებისმიერი მიახლოებით. ცხადი სახით გამოთვლილია პირველი ორი მიახლოება.

გამოთვლილია სითხის დინების ყველა კინემატიკური მახასიათებელი. მიღებულია გამოსახულებები წრიულ ფირფიტაზე თბოგადაცემისა და წნევის განაწილებისათვის. ასევე გამოთვლილია ფირფიტის ბრუნვის წინაღობის მომენტი და თბოგადაცემის კოეფიციენტი.

საკვანძო სიტყვები: გამოჟონვის სიჩქარე; გამტარობა; გრინის ფუნქცია; დინება; თბოგადაცემა; მაგნიტური ველი; ფორიანობა..

შესავალი

ღერძსიმეტრიული სხეულების გარშემო სითხის დინებასთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა უმთავრესად განპირობებულია ტურბომანქანათმშენებლობაში წარმოქმნილი მოთხოვნილებებით. ჯერ კიდევ გასული საუკუნის დასაწყისში ჩატარებული იყო ექსპერიმენტები იმ სიმძლავრის განსასაზღვრავად, რომელიც იხარჯებოდა ორთქლის ტურბინებში არსებული დისკოების ბრუნვაზე. ვინაიდან სხვადასხვა ტურბომანქანის როტორი როგორც აუცილებელ ელემენტს შეიცავს ბრუნვის ღერძის მართობულ ბრტყელ ზედაპირებს, ბრუნვითი დისკოების გარშემო სითხის დინების შესწავლა ამ დრომდე იპყრობს მკვლევრების ყურადღებას.

გაზოტურბომშენებლობასა და ორთქლის ტურბინებში მაღალი ტემპერატურის გამოყენებასთან დაკავშირებით განსაკუთრებული მნიშვნელობა მიენიჭა ტურბომანქანების მბრუნავი ელემენტების (დისკო, ცილინდრი) თბოგადაცემასთან დაკავშირებულ საკითხებს.

მბრუნავი სხეულების თბოგადაცემასთან დაკავშირებული კვლევები გამოყენებული იყო აგრეთვე ელექტრული მანქანების გაცივების მეთოდების შემუშავებისათვის. მბრუნავი სხეულების თბოგადაცემასთან დაკავშირებული საკითხები წარმოიშობა ტექნიკის სხვა სფეროებშიც, მაგალითად, მბრუნავი ყუმბარების ფრენასთან დაკავშირებით, საკისრების თეორიაში და სხვ.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ მანქანათმშენებლობის დარგი – ტურბინების მშენებლობა დაკავშირებულია იმ სიძნელეებთან, რომლებსაც ვაწყდებით სითხის მოძრაობისას. სითხის მოძრაობის ნავიე–სტოქსის განტოლებებისა (სითხის მოძრაობის განტოლებები ხახუნის გათვალისწინებით) და ენერგიის განტოლებების ამოხსნა დაკავშირებულია დიდ მათემატიკურ სიძნელეებთან და მათი ამოხსნა ანალიზურად შეუძლებელია, ამიტომ ისინი ვერ იქნა გამოყენებული ხახუნის გათვალისწინებით სითხის დინების თეორიული კვლევისათვის (გარდა რამდენიმე შემთხვევისა). იმ სითხეებისათვის, რომლებიც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ტექნიკაში, სიბლანტის კოეფიციენტი მცირეა და, შესაბამისად, სიბლანტით წარმოქმნილი ხახუნის ძალები მთლიანობაში მცირეა სხვა ძალებთან (სიმძიმისა და წნევის ძალები) შედარებით. ამიტომ დიდი ხნის განმავლობაში ვერ

ხვდებოდნენ, რომ ასეთი მცირე ხახუნის ძალები როგორ ახდენდნენ გადამწყვეტ გავლენას მოძრაობის პროცესზე, როცა კლასიკურ თეორიაში შესაძლებელი იყო მათი უგულებელყოფა.

1904 წელს ლ. პრანდტლმა [1] ჰაიდელბერგში მათემატიკოსთა კონგრესზე მიუთითა გზა, რომელმაც მისაწვდომი გახადა ხახუნის გათვალისწინებით სითხის დინების კვლევა პრაქტიკულად მნიშვნელოვან შემთხვევებში.

პრანდტლის მიერ გამოთქმულმა მოსაზრებამ ერთი მხრივ, შესაძლებელი გახადა ფიზიკურად ძალიან მკაფიოდ ახსნილიყო სიბლანტის მნიშვნელოვანი როლი სხეულის სითხით გარსდენისას და, მეორე მხრივ, შეძლებისდაგვარად დაძლეულიყო მათემატიკური სიძნელეები, რამაც დასაბამი მისცა სითხის დინებების შესწავლას ხახუნის გათვალისწინებით.

სითხის მოძრაობის ნავიე–სტოქსის განტოლებათა სისტემა და ენერგიის განტოლება მეორე რიგის კერძოწარმოებულებიან არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა ერთობლიობაა, რაც განაპირობებს სირთულეებს მათს ანალიზურად ამოხსნასთან დაკავშირებით. კარმანის [2] და კოკრენის [3] ნაშრომებში, რომლებიც ეძღვნებოდა უსასრულო ფირფიტის ან დიდი რადიუსის მქონე დისკოს ბრუნვით გამოწვეული სითხის დინების კვლევას, გამოყენებული იყო კარმანის გარდაქმნები, რომელთა საშუალებითაც სითხის მოძრაობის ნავიე–სტოქსის არაწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა ჩაიწერება ჩვეულებრივი არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის სახით, რამაც შესაძლებელი გახადა უფრო ღრმად შესწავლილიყო დინების ხასიათი.

პრაქტიკული თვალსაზრისით საინტერესოა სითხით გარსდენადი ფოროვანი სხეულების მოძრაობასთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა. სტიუარტი [4] იყო ერთ-ერთი პირველი იმ მეცნიერთაგან, რომელთაც თავის ნაშრომებში შეისწავლეს დისკოს ბრუნვით წარმოქმნილ სითხის ნაკადზე დისკოს ფოროვნების გავლენა.

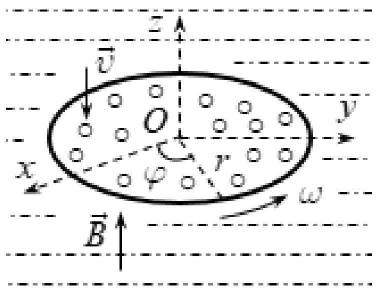
მრავალი მეცნიერის ინტერესის საგანია ელექტროგამტარი სითხის დინებასთან და ამ დინებით წარმოქმნილ სასაზღვრო ფენთან დაკავშირებული ისეთი სტაციონარული და არასტაციონარული ამოცანების შესწავლა, სადაც გათვალისწინებულია სითხით გარსდენად ფოროვან სხეულებზე სუსტი ან ძლიერი მაგნიტური ველის ზემოქმედება და სითბური ეფექტები.

[7] ნაშრომში მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით (გრინის ფუნქციისა და მცირე პარამეტრის მეთოდი) შესწავლილია ფოროვანი ფირფიტის მახლობლობაში გამტარი სითხის მაგნიტოჰიდროდინამიკური სტაციონარული დინება ფირფიტისა და გარემომცველი სითხის ერთობლივი ბრუნვისას გამოჟონვის სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისათვის სუსტი მაგნიტური ველისა და თბოგადაცემის გათვალისწინებით.

[8] ნაშრომში მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით გრინის ფუნქციისა და მცირე პარამეტრის დახმარებით შესწავლილია უსასრულო ფოროვანი ფირფიტის მახლობლობაში გამტარი სითხის მაგნიტოჰიდროდინამიკური სტაციონარული დინების თბოგადაცემის ამოცანა ძლიერი მაგნიტური ველის გათვალისწინებით გამოჟონვის სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისათვის.

ძირითადი ნაწილი

წინამდებარე ნაშრომში მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით შესწავლილია ელექტროგამტარ სითხეში წრიული ფოროვანი ფირფიტის ბრუნვის სტაციონარული ამოცანა გამოჟონვის სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისათვის თბოგადაცემით, მაგნიტური ველისა და ჯოულის სითბოს გათვალისწინებით.



ვთქვათ R რადიუსის ფოროვანი წრიული ფირფიტა ბრუნავს Oz ღერძის გარშემო ω კუთხური სიჩქარით ელექტროგამტარ სითხეში. დავუშვათ, რომ ფირფიტაში ხდება იმავე სითხის გამოჟონვა $\vec{\upsilon}_w$ სიჩქარით, ფირფიტის მართობულად მოქმედებს ერთგვაროვანი $\vec{B}$ მაგნიტური ველი, მისი ტემპერატურაა T_w, ხოლო სითხის ტემპერატურა უსასრულობაში არის T_∞. ამოცანის მიზანია განისაზღვროს სითხის ყველა ფიზიკური მახასიათებელი.

ამოცანის ამოსახსნელად ვიყენებთ მაგნიტურ ველში გამტარი სითხის სტაციონარული მოძრაობის ნავიე–სტოქსის განტოლებათა სისტემას

$$\begin{cases} \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial z} - \dfrac{\upsilon_\varphi^2}{r} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\dfrac{\partial^2 \upsilon_r}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \upsilon_r}{\partial z^2} - \dfrac{\upsilon_r}{r^2}\right) - \dfrac{\sigma B^2}{\rho}\upsilon_r, \\ \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial z} + \dfrac{\upsilon_r \upsilon_\varphi}{r} = \nu\left(\dfrac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial z^2} - \dfrac{\upsilon_\varphi}{r^2}\right) - \dfrac{\sigma B^2}{\rho}\upsilon_\varphi, \\ \upsilon_r \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \upsilon_z \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\dfrac{\partial^2 \upsilon_z}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \upsilon_z}{\partial z^2}\right), \\ \dfrac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \dfrac{\upsilon_r}{r} + \dfrac{\partial \upsilon_z}{\partial z} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

და ენერგიის განტოლებას

$$\rho c_p\left(\upsilon_r \frac{\partial T}{\partial r} + \upsilon_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda\left(\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \sigma B^2(\upsilon_\varphi^2 + \upsilon_r^2). \tag{2}$$

ენერგიის განტოლებაში გათვალისწინებულია რომ დისიპაციური ეფექტების გავლენა თბოგადაცემაზე უსასრულოდ მცირეა, მაგრამ შენარჩუნებულია ის წევრები, რომლებიც განსაზღვრავენ სითხეზე ჯოულის სითბოს ზემოქმედებას. შევნიშნოთ, რომ (1) განტოლებათა სისტემაში შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები: $\upsilon_r(r,z)$, $\upsilon_\varphi(r,z)$, $\upsilon_z(r,z)$ ν

ρ – სიმკვრივე, p – წნევა, σ – ელექტროგამტარობის კოეფიციენტი, B – მაგნიტური ველი, λ – თბოგამ-

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

ტარებლობის კოეფიციენტი, $T(r,z)$ – სითხის ტემპერატურა, c_p – თბოტევადობა მუდმივი ტემპერატურის დროს.

(1) განტოლებათა სისტემა და (2) განტოლება შესაბამისად უნდა ამოიხსნას შემდეგი სასაზღვრო პირობების გამოყენებით:

$$\begin{cases} z=0,\ \upsilon_r=0,\ \upsilon_\varphi=ar\omega,\ \ \upsilon_z=-\upsilon_w, \\ z=\infty,\ \ \upsilon_r=0,\ \ \upsilon_\varphi=0, \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} z=0,\ T=T_w, \\ z=\infty,\ T=T_\infty=0. \end{cases} \tag{4}$$

აქ a არის ბრუნვის პარამეტრი. დავუშვათ, რომ ტემპერატურის განაწილება ფირფიტის რადიუსის გასწვრივ ხდება კვადრატული კანონის მიხედვით:

$$T_w=Cr^2=\frac{\mu\omega\nu}{\lambda}r^2. \tag{5}$$

გეომეტრიული და მექანიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარე შემოვიტანოთ ახალი ფუნქციები და მოვახდინოთ ცვლადების შემდეგი სახის გარდაქმნები:

$$\begin{cases} \upsilon_r(r,z)=r\omega\, f(\eta),\ \upsilon_\varphi(r,z)=r\omega\, q(\eta),\ \upsilon_z(z)=\sqrt{\nu\omega}\left[g(\eta)-u_w\right], \\ \upsilon_w(z)=\sqrt{\nu\omega}\,u_w,\ p(z)=-\rho\nu\omega\, P(\eta),\ \eta=u_w\sqrt{\dfrac{\omega}{\nu}}\,z,\ T(z,r)=\dfrac{\mu\omega\nu}{\lambda}r^2\,\theta(\eta). \end{cases} \tag{6}$$

თუ (6) გარდაქმნებს ჩავსვამთ (1) სისტემაში და (2) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2f}{d\eta^2}+\dfrac{df}{d\eta}=\varepsilon\left(g\dfrac{df}{d\eta}\right)+\varepsilon^2\left(f^2+q^2+m^2f\right), \\ \dfrac{d^2q}{d\eta^2}+\dfrac{dq}{d\eta}=\varepsilon\left(g\dfrac{dq}{d\eta}\right)+\varepsilon^2\left(2fq+m^2q\right), \\ \dfrac{dP}{d\eta}=g\dfrac{dg}{d\eta}-\dfrac{1}{\varepsilon}\left(\dfrac{d^2g}{d\eta^2}+\dfrac{dg}{d\eta}\right), \\ \dfrac{dg}{d\eta}=-\varepsilon\left(2f\right), \end{cases} \tag{7}$$

$$\frac{d^2\theta}{\partial\eta^2}+P_r\frac{d\theta}{d\eta}=\varepsilon\left(P_rg\frac{d\theta}{d\eta}\right)+\varepsilon^2\left[2P_rf\theta-\frac{4}{R_e}\theta-m^2\left(f^2+q^2\right)\right], \tag{8}$$

სადაც $\varepsilon=\dfrac{1}{u_w}$ გაჟონვის პარამეტრია, $m^2=\dfrac{\sigma B^2}{\rho\omega}$ – მაგნიტური ურთიერთქმედების კოეფიციენტი, $P_r=\dfrac{\mu\ \ c_p}{\lambda}$ – პრანდტლის რიცხვი, $R_e=\dfrac{\omega r^2}{\nu}$ – კი რეინოლდსის რიცხვი. (7) სისტემისა და (8) განტოლებისათვის გვექნება შემდეგი სასაზღვრო პირობები:

$$\begin{cases} \eta = 0, \ f = 0, \ q = a, \ \ g = 0, \\ \eta = \infty, \ \ f = 0, \ \ q = 0, \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \eta = 0, \ \theta = 1, \\ z = \infty, \ \theta = 0. \end{cases} \tag{10}$$

(7)-(9) და (8)-(10) ამოცანების ამოხსნები გრინის ფუნქციის საშუალებით შეიძლება მიყვანილ იქნეს შესაბამისად შემდეგი ინტეგრალურ-დიფერენციალურ განტოლებათა ამოხსნაზე:

$$\begin{cases} f = \int\limits_0^\infty \left[\varepsilon\left(g\dfrac{df}{d\zeta}\right) + \varepsilon^2\left(f^2 + q^2 + m^2 f\right)\right] G(\eta,\zeta) d\zeta, \\ q = \int\limits_0^\infty \left[\varepsilon\left(g\dfrac{dq}{d\zeta}\right) + \varepsilon^2\left(2fq + m^2 q\right)\right] G(\eta,\zeta) d\zeta, \\ g = -2\varepsilon \int\limits_0^\eta f d\zeta, \end{cases} \tag{11}$$

$$\theta = \int\limits_0^\infty \left\{\varepsilon\left(P_r g\frac{d\theta}{d\zeta}\right) + \varepsilon^2\left[2P_r f\theta - \frac{4}{R_e}\theta - m^2\left(f^2 + q^2\right)\right]\right\} G(\eta,\zeta) d\zeta, \tag{12}$$

სადაც $G(\eta,\zeta)$ არის გრინის ფუნქცია, რომელსაც (9)-(11) და (10)-(12) ამოცანებისათვის, როცა პრანდტლის რიცხვი ერთის ტოლია $\left(P_r = 1\right)$, აქვს ერთი და იგივე სახე და ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$G(\eta,\varsigma) = \begin{cases} G_1 = e^{-\eta} - 1, & 0 \le \eta < \zeta, \\ G_2 = \left(1 - e^{\zeta}\right)e^{-\eta}, & \zeta < \eta < \infty. \end{cases} \tag{13}$$

(11) სისტემისა და (12) განტოლების ამოხსნები ვეძებოთ უსასრულო მწკრივების სახით გაჟონვის პარამეტრის მცირე მნიშვნელობებისათვის (გაჟონვის სიჩქარის დიდი მნიშვნელობებისათვის):

$$f = \sum_{i=0}^\infty \varepsilon^{2i+2} f_i, \ \ q = \sum_{i=0}^\infty \varepsilon^{2i} q_i, \ \ g = \sum_{i=0}^\infty \varepsilon^{2i+3} g_i, \ \ \theta = \sum_{i=0}^\infty \varepsilon^{2i}\theta_i \tag{14}$$

თუ (14) მწკრივებს ჩავსვამთ (11) სისტემაში და (12) განტოლებაში, გავუტოლებთ ერთმანეთს ε -ის ერთნაირ ხარისხებთან მდგომ კოეფიციენტებს, მივიღებთ შემდეგ რეკურენტულ ტოლობებს:

$$f_0 = \int\limits_0^\infty \left(-q_0^2\right) G(\eta,\zeta) d\zeta,$$

$$f_1 = \int\limits_0^\infty \left(m^2 f_0 - 2q_0 q_1\right) G(\eta,\zeta) d\zeta,$$

....

$$f_j = \int\limits_0^\infty \left[\sum_{\alpha=0}^{j-2}\left(g_\alpha \frac{df_{j-\alpha-2}}{d\zeta} + f_\alpha f_{j-\alpha-2}\right) - \sum_{\alpha=0}^{j} q_\alpha q_{j-\alpha} + m^2 f_{j-\alpha}\right] G(\eta,\zeta) d\zeta, \ \ (j \ge 2),$$

$$q_0 = A(\eta),$$

$$q_1 = \int_0^\infty \left(m^2 q_0\right) G(\eta,\zeta) d\zeta,$$

....

$$q_j = \int_0^\infty \left[\sum_{\alpha=0}^{j-2} \left(g_\alpha \frac{dq_{j-\alpha-2}}{d\zeta} + 2 f_\alpha q_{j-\alpha-2} \right) + m^2 q_{j-1} \right] G(\eta,\zeta) d\zeta, \ \ (j \geq 2),$$

$$g_j = -2d \int_0^\eta f_j d\zeta, \ \ (j \geq 0),$$

$$\theta_0 = D(\eta),$$

$$\theta_1 = \int_0^\infty \left(-\frac{4}{R_e} \theta_0 - m^2 q_0^2 \right) G(\eta,\zeta) d\zeta,$$

$$\theta_2 = \int_0^\infty \left(g_0 \frac{d\theta_0}{d\zeta} + 2 f_0 \theta_0 - \frac{4}{R_e} \theta_1 - 2m^2 q_0 q_1 \right) G(\eta,\zeta) d\zeta,$$

....

$$\theta_j = \int_\alpha^\infty \left[\sum_{\alpha=0}^{j-2} \left(g_\alpha \frac{d\theta_{j-\alpha-2}}{d\zeta} + 2 f_\alpha \theta_{j-\alpha-2} \right) - \frac{4}{R_e} \theta_{j-1} - m^2 \left(\sum_{\alpha=0}^{j-2} f_\alpha f_{j-\alpha-2} + \sum_{\alpha=0}^{j-1} q_\alpha q_{j-\alpha-1} \right) \right] G(\eta,\zeta) d\zeta, \ \ (j \geq 3),$$

სადაც $A(\eta)$ და $D(\eta)$ შესაბამისად შემდეგი ამოცანების ამონახსნებია:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 A}{d\eta^2} + \dfrac{dA}{d\eta} = 0, \\ A(0) = a, \ \ A(\infty) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2 D}{d\eta^2} + \dfrac{dD}{d\eta} = 0, \\ D(0) = 1, \ \ D(\infty) = 0. \end{cases}$$

თუ მიღებული რეკურენტული ტოლობების საშუალებით გამოვითვლით (14) ფუნქციების პირველ ორ მიახლოებებს, მაშინ სითხის სიჩქარის კომპონენტების, ტემპერატურისათვის და წნევის განაწილებისათვის გვექნება შემდეგი გამოსახულებები:

$$\upsilon_r = \frac{a\nu}{4r} R_e \left\{ 2\varepsilon^2 e^{-\eta} \left(1 - e^{-\eta}\right) + am^2 \varepsilon^4 \left[\left(4\eta + 5\right) e^{-2\eta} - \left(2\eta - 5\right) e^{-\eta} \right] \right\},$$

$$\upsilon_\varphi = \frac{a\nu}{r} R_e \left[e^{-\eta} \left(1 - \varepsilon^2 m^2 \eta \right) \right],$$

$$\upsilon_z = \frac{a^2 \nu}{4r} \sqrt{R_e} \left\{ -2\varepsilon^3 \left(e^{-\eta} - 1\right)^2 + \varepsilon^5 m^2 \left(e^{-\eta} - 1\right) \left[4\eta e^{-\eta} + 7\left(e^{-\eta} - 1\right) \right] \right\} - \upsilon_w,$$

$$T = \frac{\mu \nu^2}{\lambda} R_e \left\{ e^{-\eta} + \varepsilon^2 \left[\frac{4}{R_e} \eta e^{-\eta} - \frac{a^2 m^2}{2} \left(e^{-2\eta} - e^{-\eta} \right) \right] \right\},$$

$$p = p_0 - \mu\omega \left\{ \frac{\varepsilon^2 a}{2} \left(e^{-\eta} - 1\right) - \frac{\varepsilon^4 a^2 m^2}{4} \left[4\eta e^{-2\eta} - \left(e^{-\eta} - 1\right)\left(3e^{-\eta} + 7\right) \right] + \frac{\varepsilon^6 a^2}{8} \left(e^{-\eta} - 1\right)^4 - \right.$$

$$-\frac{\varepsilon^8 a^3 m^2}{8}\left(e^{-\eta}-1\right)^3\left[4\eta e^{-\eta}+7\left(e^{-\eta}-1\right)\right]+\frac{\varepsilon^{10} a^4 m^4}{32}\left(e^{-\eta}-1\right)^2\left[4\eta e^{-\eta}+7\left(e^{-\eta}-1\right)\right]^2\Bigg\}.$$

ფირფიტის ზედაპირზე ბრუნვის წინააღმდეგობის ძალების მომენტის მნიშვნელობაა

$$M=\frac{a\mu\upsilon_w SR^2}{2r}R_e\left(1+\varepsilon^2 m^2\right),$$

სადაც $S=\pi R^2$ ფირფიტის ზედაპირის ფართობია, თბოგადაცემის კოეფიციენტისათვის კი მიიღება გამოსახულება

$$N=-r\left[1-\varepsilon^2\left(\frac{4}{R_e}+\frac{a^2m^2}{2}\right)\right].$$

დასკვნა

ჩვენ მიერ განხილული ამოცანის ამოსახსნელად გამოყენებული მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდი (გრინის ფუნქციისა და მცირე პარამეტრის მეთოდი), საშუალებას გვაძლევს საძიებელი ფუნქციები განისაზღვროს ნებისმიერ მიახლოებაში. ასევე აღვნიშნოთ, რომ მიღებული შედეგების საფუძველზე ადვილად შეიძლება დავინახოთ თუ რა გავლენას ახდენს ბრუნვის პარამეტრი, გაჟონვის პარამეტრი, რეინოლდსის რიცხვი, გაჟონვის სიჩქარე, ფირფიტის რადიუსი და მისი ზედაპირის ფართობი სითხის დინების ფიზიკურ მახასიათებლებსა და თბოგადაცემაზე.

ლიტერატურა

1. Prantl, L. (1904). On Liquid Movement with Very Little Friction. *3rd International Mathematicians Congress* ,1904, Heidelberg. (In German);
2. Karman, T. (1921). Laminar and turbulent friction.*ZAAM, 1,* 233-252. (In German);
3. Cochran, W.G. (1934). The flow to a rotating disk. *Proceedings of Cambridge Philosophical Society, 30,* 365-375.;
4. Stuart, J.T. (1954). On the effects of uniform suction on the steady flow due to a rotating disk. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 7,* 446-449.;
5. Thiriot, K.H. (1940). On the laminar inflow of a liquid over a rotating floor with a sudden increase in the state of rotation. *ZAMM, 20*(1), 1-12. (In German);
6. Benton, E.R. (1966). On the flow due to a rotating disk. *Journal of fluid mechanics, 24*(4), 781-800.;
7. Jikidze, L. (2007). The MHD-flow a low conductive fluid in the neighborhood of a porous plate and fluid near it with taking into account weak magnetic field and heat transfer. *International Conference "The problems of continuum mechanics"* (pp.135-139). Tbilisi: Georgian Technical University. (In Russian);

8. Jikidze, L., Tsutskiridze, V. (2008). Heat transfer of the steady magneto-hydrodynamic flow of a conducting fluid in the neighborhood of an infinite porous plate with regard for a strong magnetic field. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute,148,* 23-28.;
9. Slezkin, N.A., Targ, S M. (1946). The generalized equations of Reynolds. *Reports of Academy of Sciences of the USSR. 54*(3), 205-208 pp. (In Russian);
10. Targ, S.M. (1951). *Basic problems of the theory of laminar flows.* Moscow-Leningrad. (In Russian);
11. Dorfman, L.A. (1960). *Pressure drop and heat transfer of rotating bodies.* Moscow: Fizmatgiz. (In Russian);
12. Vatazhin, A.B., Lyubimov, G.A., Regirer, S.A. (1970). *Magnetohydrodynamic flows in channels.* Moscow: Science. (In Russian).

UDC 008
SCOPUS CODE 2604
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2023-3-123-132

Stationary Problem of Rotation of a Circular Porous Plate in an Electrically Conductive Fluid for Large Values of the Suction Velocity with Heat Transfer with Respect to a Weak Magnetic Field and Joule Heat

Levan Jikidze Department of Engineering Mechanics and Technical Expertise of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68[b], M. Kostava Str.
E-mail: l.jikidze@gtu.ge

Varden Tsutskiridze Department of Mathematics, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 77, M. Kostava Str.
E-mail: b.tsutskiridze@mail.ru

Eka Elerdashvili Department of Mathematics, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 77, M. Kostava Str.
E-mail: ek.elerdashvili@yahoo.com

Reviewers:
T. Kvitsiani, Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU
E-mail: tarielk@mail.ru
G. Kipiani, Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU
E-mail: gelakip@gmail.com

Abstract. The stationary problem of rotation of a circular porous plate in an electrically conductive fluid is studied by the sequential approximation method (Green's function and small parameter method) for large values of the suction velocity with heat transfer, taking into account a weak magnetic field.

The problem considers the case when the influence of dissipative members on heat transfer is very small, the energy equation takes into account the influence of Joule's heat on heat transfer, and it is assumed that the temperature along with the radius of the plate changes according to the square law.

For solving the problem, the Navier-Stokes and energy partial differential equations of fluid motion in a magnetic field are reduced to ordinary nonlinear differential equations using generalized Karman embeddings, the solutions of which are sought in the form of infinite series for small values of the suction parameter.

The solution of the problem by the means of Green's function is reduced to the solution of integral-differential equations. Recurrence formulas have been obtained, by the means of which it is possible to calculate the solution with any approximation. The first two approximations are clearly calculated.

All kinematic characteristics of fluid flow are calculated. Images for heat transfer and pressure distribution on a circular plate are obtained. The moment of resistance to rotation of the plate and the heat transfer coefficient are also calculated.

Keywords: conductivity; flow; Green's function; heat transfer; magnetic field; porosity; suction velocity.

განხილვის თარიღი 15.03.2023
შემოსვლის თარიღი 30.03.2023
ხელმოწერილია დასაბეჭდად 27.09.2023