

UDC 624

SCOPUS CODE 2205

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2023-4-123-134>**ზოგიერთი სამშენებლო კონსტრუქციის ოპტიმიზაციის ამოცანები**

ბადრი გვასალია	მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge
თამარ კვაჭაძე	მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77 E-mail: t.kvachadze@gtu.ge

რეცენზენტები:**მ. კუბლაშვილი**, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: murm.kublashvili@gtu.ge

ჯ. ნიჟარაძე, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: J.nizhadze@gtu.ge

ანოტაცია. ოპტიმალური გადაწყვეტილების მოძებნა ყოველთვის იყო, არის და იქნება ერთ-ერთი აქტუალური ამოცანა მეცნიერებასა და ტექნიკაში.

ნაშრომში განხილულია სამი მარტივი სამშენებლო კონსტრუქციის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშებისას ანალიზური მეთოდების გამოყენების შესაძლებლობა, სადაც ასევე მიზანშეწონილია გაანგარიშების გამარტივების, სწრაფად და ზუსტად ჩატარების მიზნით პროგრამების პაკეტი Wolfram-ის გამოყენებაც, რაც მნიშვნელოვნად გაუადვილებს მომხმარებელს პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების შემდეგ, მიღებული შედეგების ანალიზს. პირ-

ველი ამოცანა გულისხმობს სამკუთხა წამწის წონის მინიმიზაციას, რომელიც მიიღწევა წამწის ძირითადი კვანძის, რომელზედაც მოდებულია ვერტიკალური დატვირთვა, განთავსების მდგომარეობისა და წამწის ღეროების დახრის მახვილი კუთხეების შერჩევის გზით. მეორე ამოცანა ეხება ასევე სამკუთხა წამწის გვერდის დახრის კუთხის შერჩევას, ისე, რომ მივაღწიოთ ძირითადი კვანძის მინიმალურ ვერტიკალურ გადაადგილებას მოცემული დატვირთვის დროს. მესამე ამოცანა გულისხმობს ორ ერთნაირ სიმაღლეზე დაკიდებული გაჭიმული მოქნილი ბაგირის ისეთი სიგრძის გაანგარიშებას, რომლის დროსაც უზრუნველყოფილი იქნება ბაგირის მაქსიმალური დამაბულობის მინიმალური მნიშვნელობა.

საკვანძო სიტყვები: მოქნილი ბაგირი; ოპტიმალურობის კრიტერიუმი; წამწე; წამწის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობები.

შესავალი

ადამიანის ნებისმიერი მოქმედება გარკვეული აზრით არის ოპტიმალური, თუ ის არჩეულია სხვა ვარიანტებთან შედარების გზით და ემსახურება გონივრულ მიზანს. მიღებული გადაწყვეტილების ხარისხს განსაზღვრავს ოპტიმალურობის კრიტერიუმი, რომელიც აირჩევა დასმული ამოცანის ფიზიკური არსიდან გამომდინარე. მაგალითად, სამშენებლო კონსტრუქციებისათვის ოპტიმალურობის ყველაზე გავრცელებული კრიტერიუმი არის წონისა და ღირებულების მინიმალურობა, გამამაგრებელი ან დასაარმატურებელი მასალის მინიმალური ხარჯი და სხვა. მიუხედავად ოპტიმიზაციის მეთოდების სიმრავლისა, ყველა ისინი პირობითად შეიძლება სამ ჯგუფად დაიყოს: ვარიანტთა შედარების, ექსტრემალური ამოცანების ამოხსნის მათემატიკური და მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდებად. **ვარიანტთა შედარების მეთოდის** არსი არის მოცემული ტექნიკური დავალების მიხედვით კონსტრუქციის ან ნაგებობის გაანგარიშების რამდენიმე შესაძლებელი ვარიანტის დამუშავება და მიღებული შედეგების შედარება გარკვეული კრიტერიუმის მიხედვით, რომელიც განსაზღვრავს ობიექტის ხარისხს. ამ მეთოდის შედარებითი სიმარტივე საშუალებას იძლევა ამოიხსნას თითქმის ნებისმიერი სირთულის ამოცანა სისტემის ტიპის, შემადგენელი პარამეტრებისა და გეომეტრიული ზომების, მასალების, ელემენტების ფორმებისა და კვეთების,

კვანძების ტიპებისა და შეერთებების ვარიანტებით. მაგრამ, მიუხედავად ზემოთ აღნიშნული მომენტებისა, ვარიანტთა შედარების მეთოდის ძირითადი ნაკლი არის ის, რომ იგი ძალიან შრომატევადია და საუკეთესოს ხარისხში ერთ-ერთი განხილული ვარიანტი მიიღება. სინამდვილეში კი შესაძლებელია ნამდვილი ოპტიმალური ვარიანტი განხილულ ვარიანტებს შორის აღმოჩნდეს. **ექსტრემალური ამოცანების ამოხსნის მათემატიკურმა მეთოდებმა** გამოყენება პოვნის დაპროექტების ისეთ ამოცანებში, რომლებიც შეიცავს უმეტესად ერთ ან ორ საძებნ პარამეტრს. ამ მეთოდებით ჩვეულებრივ განსაზღვრავენ კონსტრუქციის ერთ-ერთ პარამეტრს, მაგალითად, კვეთის ოპტიმალურ სიმაღლეს, საუკეთესო მალს და ა.შ. მეთოდის არსი არის საოპტიმიზაციო ფუნქციის (ან ფუნქციონალის) ანალიზური გამოსახულების შედგენა (კონსტრუქციის წონა ან ღირებულება) და შემდეგ მისი გამოკვლევა ექსტრემუმზე. ექსტრემალური ამოცანების ამოხსნის მათემატიკური მეთოდების ძირითადი ნაკლია პირდაპირი ანალიზური დამოკიდებულების დადგენის სირთულე მიზნის ფუნქციასა და საოპტიმიზაციო პარამეტრებს შორის. აგრეთვე სიძნელე დაკავშირებული მიზნის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მონახვასთან, განსაკუთრებით მრავალპარამეტრიან ამოცანებში. პრობლემას კიდევ უფრო ართულებს ის შემთხვევები, როცა მიზნის ფუნქცია არ არის გლუვი და შეიძლება გააჩნდეს არა მარტო წვეტის წერტილები, არამედ კრიტიკული წერტილების ისეთი სიმრავლე, როგორიცაა „ხევი“, „ქედი“, „პლატო“ და სხვა. **მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდების გამოყენებით** მნიშვნელოვანწილად ის სიძნელეები მოიხსნება, რომელიც ანა-

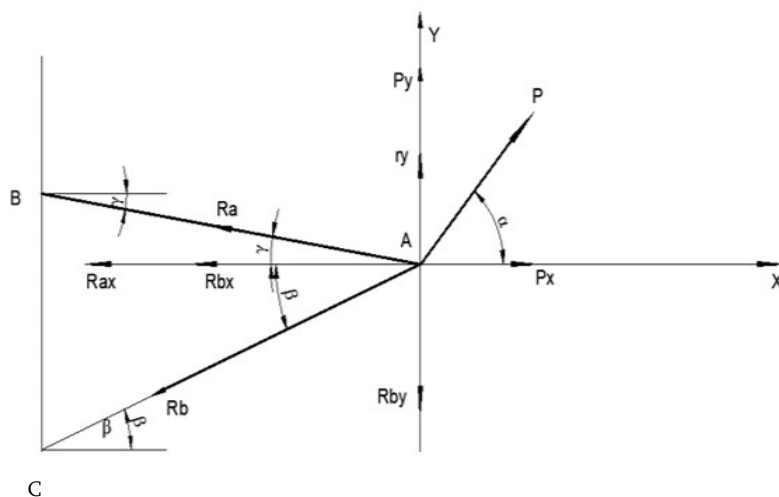
ლიზური გზით კონსტრუქციის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრისას აღიძვრება. ამ მეთოდების მეშვეობით შესაძლებელია ისეთი ამოცანების ამოიხსნა, რომლებიც არა მარტო მკაცრი მათემატიკური განტოლებებით აღიწერება, არამედ ბევრად უფრო მოქნილი უტოლობებით, რომლებიც დასაშვები ამონახსნების არეს შემოსაზღვრავს. წინამდებარე ნაშრომში აღწერილია კონსტრუქციების დაპროექტებისას ანალიზურ-მათემატიკური მეთოდის გამოყენების შესაძლებლობა,

რასაკვირველია თანამედროვე კომპიუტერული ტექნოლოგიების მეშვეობით.

ძირითადი ნაწილი

სამღეროვანი წამწის ანგარიში.

ვთქვათ, მოცემულია ბრტყელი წამწე, რომელზედაც მოქმედებს A წვეროზე მოდებული და წამწის სიბრტყეში მოქმედი $\vec{P}$ ძალა. AB და AC ღეროებზე აღმრული დამაბულობები აღვნიშნოთ შესაბამისად $\vec{r}_a$ და $\vec{r}_b$. იხ. სურ.1.



სურ.1.

წამწის სიბრტყეში შემოვიღოთ კოორდინატთა სისტემა სათავით A წერტილში. ჩავწეროთ წამწის წონასწორობის პირობა:

$$\vec{r}_a + \vec{r}_b + \vec{p} = 0.$$

თუ ძალებს დავაგეგმილებთ კოორდინატთა ღერძებზე, მაშინ მოცემული ვექტორული ტოლობა შეიძლება შეიცვალოს ეკვივალენტური სისტემით:

$$\begin{cases} r_{ax} + r_{bx} + p_x = 0, \\ r_{by} + r_{by} + p_y = 0, \end{cases}$$

ამ ფორმულაში შევიტანოთ გეგმილების მნიშვნელობები, შესაბამისად გვექნება:

$$\begin{cases} -|\vec{r}_a| \cos \gamma + |\vec{r}_b| \cos \beta + |p| \cos \alpha = 0 \\ |\vec{r}_a| \sin \gamma - |\vec{r}_b| \sin \beta + |p| \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ საწყის მონაცემებსაც, რომელიც ტოლია: $\gamma = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\alpha = 60^\circ$, $p = 10$

და ცვლადებს აღვნიშნავთ შესაბამისად $x_1 = |\vec{r}_a|$, $x_2 = |\vec{r}_b|$ და ტრიგონომეტრიულ ფუნქციათა შესაბამის მნიშვნელობებს, კერძოდ $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$,

$\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$, $\cos 60^\circ = 1/2$, $\sin 30^\circ = 1/2$,
 $\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$, $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$, მაშინ უკანასკნელი
 განტოლებათა სისტემა შეიძლება ჩავწეროთ შემ-
 დგნაირად:

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_2 + 10 \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ \frac{1}{2}x_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x_2 + 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0. \end{cases}$$

პროგრამა Wolfram-ის გამოყენებით ამ ბოლო
 განტოლებათა სისტემის ამოხსნას აქვს სახე:

```
In[1]:= Solve[{(Sqrt[3] / 2) * x1 + (Sqrt[2] / 2) * x2 + 10 * 0.5 == 0,
0.5 * x1 - (Sqrt[2] / 2) * x2 + 10 * (Sqrt[3] / 2) == 0}, {x1, x2}]
```

```
Out[1]= {{x1 -> -10., x2 -> 5.17638}}
```

ზემოთ მოყვანილი წამწის გაანგარიშების მეთო-
 დის საფუძველზე ჩამოვყალიბოთ წამწის პარამეტ-
 რების გაანგარიშების ოპტიმიზაციის ზოგიერთი
 ამოცანა და ამოვხსნათ ის გამოყენებითი პროგრამა
 Wolfram-ის მეშვეობით, თუმცა ჯერ განვიხილოთ
 ანალიზური ფუნქციის ექსტრემუმის (მინიმუმისა
 ან მაქსიმუმის) მონახვის კლასიკური მეთოდი და
 შესაბამისი კომპიუტერული ტექნოლოგია.

**სამკუთხა წამწის და მოქნილი ბაგირის პარა-
 მეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგა-
 რიშების კლასიკური მეთოდი.**

განვიხილოთ წამწის ოპტიმიზაციის გაანგარი-
 შების კლასიკური მეთოდი და შესაბამისი კომპიუ-
 ტერული ტექნოლოგია.

ექსტრემუმის წერტილებში $y(x)$ ფუნქციის წარ-
 მოებულის მნიშვნელობა ტოლია ნულის. მაშინ x
 კოორდინატი შეიძლება ვიპოვოთ, თუ ამოვხსნით
 $y'(x) = 0$ განტოლებას და შემდეგ x -ის ამ მნიშვნე-
 ლობას ჩავსვამთ საწყის ფუნქციაში, მივიღებთ
 მაქსიმუმის ან მინიმუმის წერტილებში ფუნქციის
 მნიშვნელობას.

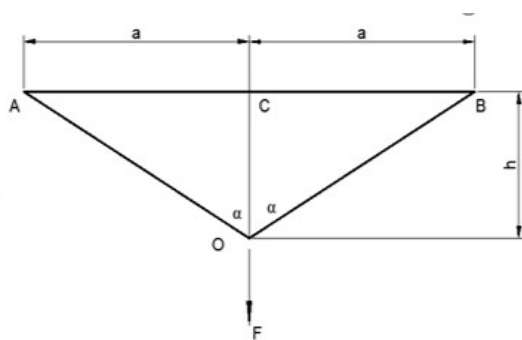
კომპიუტერული ტექნოლოგია ფუნქციის ექსტრე-
 მუმის მონახვისა ამ კლასიკური მეთოდით გვპ „Wolf-
 ram“-ის გამოყენებით მდგომარეობს შემდეგში [1]:

- $y(x)$ -ფუნქციის გრაფიკის აგება Plot [$y, \{x, -a, a\}$] ჩადგმული ფუნქციის გამოყენებით ექსტრემუმების არსებობისა და ექსტრემუმის წერტილების მიახლოებითი კოორდინატების დასადგენად;
- $y'(x)$ ფუნქციის წარმოებულის განსაზღვრა D[y, x] ჩადგმული ფუნქციის გამოყენებით;
- $y'(x) = 0$ განტოლების ნამდვილი ფესვების დადგენა ერთ-ერთი ჩადგმული ფუნქციის (Solve ან Roots) მიხედვით;
- $y(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობების განსაზღვრა, არგუმენტების იმ მნიშვნელობებისათვის, რომელშიც $y'(x) = 0$, ე.ი. ამ განტოლების ფესვების მიხედვით.

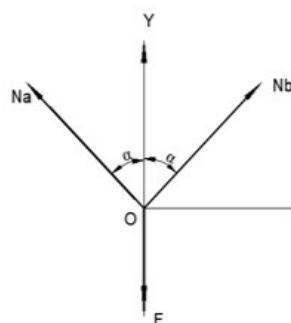
ზემოთ აღნიშნული მეთოდიკა მარტივია და ადვილი, მაგრამ მისი პრაქტიკული რეალიზაციისას შეიძლება წარმოიშვას გარკვეული სიძნელეები, რომლებიც დაკავშირებულია $y'(x) = 0$ განტოლების

ამოხსნასთან. აქ პროგრამა Wolfram-ის წინაშე შეიძლება შეგვხვდეს შემდეგი სიძნელებები: იგი ხსნის განტოლებას და იძლევა ყველა ფესვს, იძლევა მრავალი ფესვიდან მხოლოდ ერთს ან საერთოდ ვერ ხსნის განტოლებას. სიძნელებები აღიძვრება იმ შემთხვევებშიც, როცა განტოლება არის ტრანსცენდენტული.

განვიხილოთ ტექნოლოგია ანალიზური ფუნქციის ექსტრემუმის პოვნის კონკრეტული ამოცანების ამოხსნის საფუძველზე.



სურ. 2.



სურ. 3

დავწეროთ O კვანძის სტატიკური წონასწორობის პირობების განტოლება:

$$\sum x = -N_A \sin \alpha + N_B \sin \alpha = 0,$$

$$\sum y = N_A \cos \alpha + N_B \cos \alpha - F_y = 0,$$

იგულისხმება, რომ $\sin \alpha \neq 0$, $N_A = N_B = N$.

წონასწორობის მეორე განტოლება გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$2N \cos \alpha = F, \text{ საიდანაც } N = \frac{F}{2 \cos \alpha}, \text{ ხოლო მეორე}$$

მხრივ,

სამკუთხედი AOC-დან შეგვიძლია გავიგოთ

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}}. \text{ ეს უკანასკნელი მნიშვნელობა}$$

ამოცანა 1. თეორემა. სამკუთხა AOC ფორმის წამწე სისტემის (სურ. 2.) წონა იქნება მინიმალური იმ შემთხვევაში, როცა O კვანძი იქნება განთავსებული $h = a$ -ს ტოლ სიმაღლეზე და სამკუთხედის მახვილი კუთხე $\alpha = 45^\circ$ -ის ტოლი.

ანალოგიური და უფრო რთული ამოცანები დასმულია [2]-ში და მისი გადაწყვეტისათვის შემოთავაზებულია არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდის გამოყენება. აქ კი ჯერჯერობით შემოვიფარგლებით მხოლოდ შედარებით მარტივი ამოცანების გადაწყვეტით.

ჩავსვათ N-ის გამოსახულებაში, შესაბამისად

$$\text{გვექნება: } N = \frac{F \cdot \sqrt{a^2 + h^2}}{2h}, \text{ მეორე მხრივ, ძირითადი}$$

ლერძული (გამჭიმავი) N ძალა განისაზღვრება ფორ-

მულით: $N = A \cdot [\sigma]$, სადაც $[\sigma]$ არის ღეროს ძაბვა, A – ღეროს განივი კვეთის ფართობი, რომელიც

$$\text{განისაზღვრება ფორმულით } A = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{F \cdot \sqrt{a^2 + h^2}}{2h \cdot [\sigma]}.$$

ღეროების სიგრძეები განისაზღვრება AOC სამკუთხედიდან და ტოლია:

$$AO = BO = L = \sqrt{a^2 + h^2}.$$

მაშასადამე, მთელი AOB წამწის სისტემის წონა განისაზღვრება ფორმულით:

$$G = 2\gamma AL = 2\gamma \frac{F\sqrt{a^2 + h^2}}{2[\sigma]h} \sqrt{a^2 + h^2} = \frac{F\gamma}{[\sigma]} \frac{a^2 + h^2}{h}$$

გავაწარმოთ G ფუნქცია h -ის მიხედვით და გავითვალისწინოთ, რომ $\frac{F\gamma}{[\sigma]} \neq 0$. შევასრულოთ ეს ოპერაცია პროგრამა Wolfram -ის გამოყენებით, გვექნება:

$$G = (a^2 + h^2) / h$$

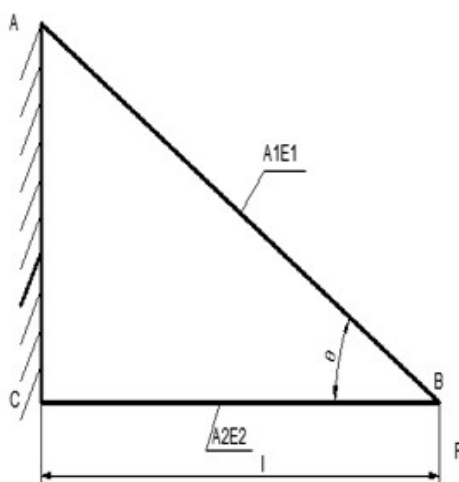
$$D[G, h]$$

$$G' = 2 - \frac{a^2 + h^2}{h^2}$$

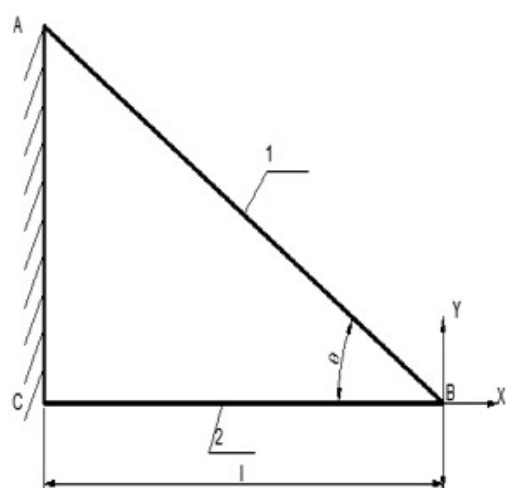
ამოვხსნათ $G' = 2 - \frac{a^2 + h^2}{h^2} = 0$ განტოლება, აგრეთვე პროგრამა Wolfram-ის საშუალებით, მივიღებთ:

$$\text{Solve}[2 - (a^2 + h^2) / h^2 == 0, h]$$

$$\{\{h \rightarrow -a\}, \{h \rightarrow a\}\}$$



სურ. 4.



სურ. 5.

მაშასადამე, ბოლო განტოლების ამოხსნიდან ვღებულობთ, რომ AOC მართკუთხა სამკუთხედს ტოლი კათეტები აქვს, შესაბამისად, $a=h$, რაც ნიშნავს, რომ კუთხე $\alpha=45$ გრადუსს. საბოლოოდ შეგვიძლია დავასკვნათ. წამწის მე-2 სურ-ზე მოცემული სისტემის წონა, რომელიც საბოლოოდ გამოითვლება ფორმულით $G = \frac{F\gamma}{[\sigma]} \cdot \frac{a^2 + h^2}{h}$ იქნება მინიმალური, როცა $h = a$ და $\alpha=45^\circ$. რაც უნდა დავგვემტკიცებინა.

ამოცანა 2. ABC წამწე შედგება ჰორიზონტალური L სიგრძის BC და დახრილი AB ღეროებისაგან. θ კუთხეს შეუძლია მიიღოს სხვადასხვა მნიშვნელობა დახრილი ღეროს სიგრძის ცვლილებისა და A საყრდენის ვერტიკალურად გადაადგილების შედეგად. მოითხოვება განისაზღვროს θ კუთხის სიდიდე, რომლის დროსაც B კვანძის ვერტიკალური გადაადგილება F ძალის ზემოქმედების შედეგად იქნება მინიმალური სურ. 4.

B კვანძის სტატიკური წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე სურ. 5. ვწერთ:

$$\begin{cases} -N_1 \cos \theta + N_2 = 0 \\ N_1 \sin \theta - F = 0 \end{cases},$$

ამ უკანასკნელი განტოლებათა სისტემიდან განვსაზღვროთ ძაბვები ღეროებზე. შესაბამისად გვქნება:

$$N_1 = \frac{F}{\sin \theta}, \quad N_2 = F \frac{\cos \theta}{\sin \theta}.$$

მინიმალური გადაადგილება $\Delta_{\min}^y$ შეესაბამება F ძალით გამოწვეულ მინიმალურ მუშაობას ამ გადაადგილებაზე და გამოითვლება ფორმულით:

$$W = \frac{1}{2} F \Delta_{\min}^y. \text{ სტატიკური დატვირთვების ზემოქმედებისას გარე ძალების მუშაობა მთლიანად გარდა-}$$

იქმნება სისტემის პოტენციურ ენერგიად, ე.ი. $U=W$. ამრიგად, საწყისი ამოცანა დაიყვანება θ კუთხის მოძებნაზე (E_1, A_1, E_2, A_2, L პარამეტრების მოცემული

მნიშვნელობებისას), რომელიც უზრუნველყოფს სისტემის დეფორმაციის მინიმალურ ენერგიას.

სისტემის დეფორმაციის მინიმალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით:

$$U(\theta) = \frac{N_1^2 L_1}{2E_1 A_1} + \frac{N_2^2 L}{2E_2 A_2}$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $L_2 = L$, $L_1 = \frac{L}{\cos \theta}$

და შემოვიღებთ აღნიშვნას $\alpha = \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}$, მივიღებთ.

$$U(\theta) = \frac{F^2 L}{2E_2 A_2 \alpha} \frac{1 + \alpha \cos^3 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta},$$

ვგულისხმობთ, რომ $\frac{F^2 L}{2E_2 A_2 \alpha} \neq 0$ და $\sin^2 \theta \cos \theta \neq$

∞ . გავაწარმოთ $U(\theta)$ ფუნქცია θ -ს მიხედვით. ეს და ყველა შემდგომი ოპერაცია შევასრულოთ თანამიმდევრობით პროგრამა Wolfram-ის გამოყენებით.

$U(\theta)$ ფუნქციის მრიცხველის წარმოებული, ტოლია:

$$\begin{aligned} & D[1 + \alpha * \cos[\theta]^3, \theta] \\ \text{Out}[1] = & -3 \alpha \cos[\theta]^2 \sin[\theta] \end{aligned}$$

$U(\theta)$ ფუნქციის მნიშვნელის წარმოებული ტოლია:

$$\begin{aligned} & \ln[2] := D[\sin[\theta]^2 * \cos[\theta], \theta] \\ \text{Out}[2] = & 2 \cos[\theta]^2 \sin[\theta] - \sin[\theta]^3 \end{aligned}$$

მნიშვნელის კვადრატის ტოლია:

$$\begin{aligned} & \ln[3] := (\sin[\theta]^2 * \cos[\theta])^2 \\ \text{Out}[3] = & \cos[\theta]^2 \sin[\theta]^4 \end{aligned}$$

მრიცხველის წარმოებული გამრავლებული მნიშვნელზე ტოლია:

```
In[4]:=
-3 * α * Cos[θ] ^ 2 * Sin[θ] * Sin[θ] ^ 2 * Cos[θ]

Out[4]:=
-3 α Cos[θ] ^ 3 Sin[θ] ^ 3
```

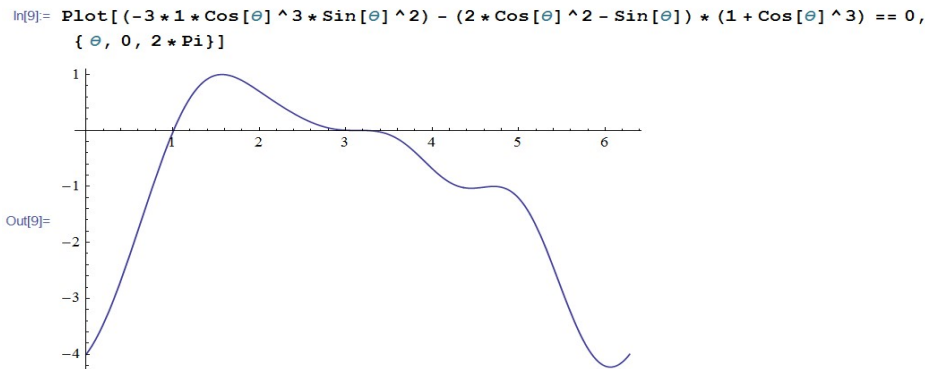
მნიშვნელის წარმოებული გამრავლებული მრიცხველზე, ტოლია:

```
In[5]:= (2 * Sin[θ] * Cos[θ] ^ 2 - Sin[θ] ^ 3) * (1 + α * Cos[θ] ^ 3)
(1 + α Cos[θ] ^ 3) (2 Cos[θ] ^ 2 Sin[θ] - Sin[θ] ^ 3)
```

$U(\theta)$ ფუნქციის მრიცხველიდან ფრჩხილებს გარეთ გავიტანოთ $\sin(\theta)$ და შევკვეცოთ მნიშვნელის სინუსთან. ამრიგად $U'(\theta)$ ფუნქცია შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

```
In[1]:= U' [θ] = [ (-3 * α * Cos[θ] ^ 3 * Sin[θ] ^ 2) -
(2 * Cos[θ] ^ 2 - Sin[θ]) * (1 + α * Cos[θ] ^ 3) ] / [ (Sin[θ] ^ 3 *
Cos[θ] ^ 2) ]
```

ეს უკანასკნელი გამოსახულება უდრის ნულს თუ მისი მრიცხველი უდრის ნულს და მნიშვნელი განსხვავებულია ნულისაგან. გავუტოლოთ მრიცხველი ნულს და ამოვხსნათ მიღებული განტოლება, მაგრამ ჯერ ამისათვის საჭიროა ავაგოთ გრაფიკი (სურ. 6.), რომელიც მოგვცემს ფესვის მიახლოებით მნიშვნელობას.



სურ. 6.

ქვემოთ მოცემულია განტოლების ამოხსნის რიცხვითი მნიშვნელობის მიღების ალგორითმი და შესაბამისი შედეგი:

```
In[15]:= FindRoot[ (-3 * 1 * Cos[θ] ^ 3 * Sin[θ] ^ 2) - (2 * Cos[θ] ^ 2 - Sin[θ]) * (1 + Cos[θ] ^ 3) == 0,
{θ, 0, 2}]

In[24]:= {θ → 1.0100845722826313`}
θ = 180 * 1.01008457 / Pi

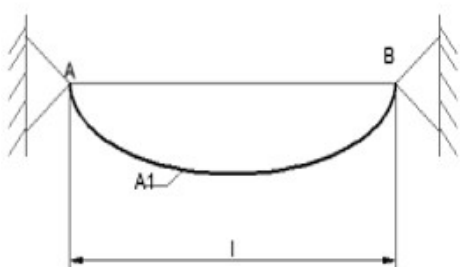
Out[24]:= {57.8733 → 1.01008}

Out[25]:= 57.8736
```

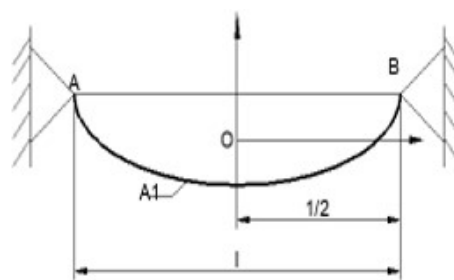

აქ მოყვანილია კუთხის რადიანული ზომის გადაყვანა გრადუსებზე.

ზემოთ მოყვანილი შედეგებიდან გამომდინარე, შეიძლება გამოვიტანოთ შემდეგი დასკვნა: იმისათვის, რომ მივიღოთ B კვანძის მინიმალური გადაადგილება F ძალის ზემოქმედების შედეგად, საჭიროა Θ კუთხე იყოს 57.8736 გრადუსის ტოლი.

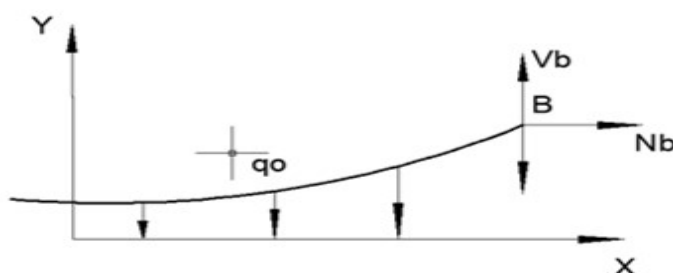
ამოცანა 3. მოცემულია მოქნილი ბაგირი, რომლის დაკიდების წერტილები განთავსებულია ერთსა და იმავე დონეზე და რომელთა შორის მანძილი l-ის ტოლია. მოცემულია აგრეთვე ბაგირის კვეთის ფართობი A და მოცულობითი წონა γ (სურ. 7). საჭიროა განისაზღვროს დაჭიმული ბაგირის L სიგრძე, რომლის დროსაც მისი მაქსიმალური დაძაბულობა იქნება მინიმალური.



სურ. 7.



სურ. 8.



სურ. 9.

ორ წერტილზე დაკიდებული მოქნილი მძიმე გაუჭიმავი ბაგირი დებულობს ჯაჭვური ხაზის ფორმას, რომლის განტოლება დეკარტეს კოორდინატთა სისტემაში (სურ. 8). ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$[\sigma].y = a.ch \frac{x}{a},$$

სადაც პარამეტრი $a=OC>0$, ხოლო $AB=L$ რკალის სიგრძე ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$L = 2a.sh \frac{l}{2a}.$$

ყველზე დიდი დაძაბულობები აღიძვრება ბაგირის დაკიდების წერტილებში და იგი იანგარიშება სტატიკური წონასწორობის განტოლებიდან [3].

$$V_B = 0,5.G_H = 0,5.q_o.L = q_o.a.sh \frac{l}{2a},$$

სადაც q_0 არის ბაგირის წონის ინტენსივობა მისი ღერძის გასწვრივ, G – ბაგირის წონა (სურ. 9).

ბაგირის გრძივი ძალა გამოითვლება ფორმულით:

$$N_{\max} = N_B = \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = q_0 \cdot a \cdot \frac{l}{2a}$$

ბაგირის მაქსიმალური დაძაბულობა ტოლია:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{q_0}{A} a \cdot ch \frac{l}{2a},$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას $x = \frac{l}{2a}$, მაშინ გვე-

$$ნება \sigma_{\max} = \frac{q_0}{A} \cdot \frac{l}{2x} chx.$$

ვიპოვოთ $\sigma_{\max}$ ფუნქციის წარმოებულის მნიშვნელობა a პარამეტრის მიხედვით, გავუტოლოთ იგი

ნულს და ჩავთვალოთ, რომ $\frac{q_0}{A} \neq 0$, შესაბამისად

გვექნება:

$$\begin{aligned} \sigma'_{\max} &= \frac{q_0}{A} \left[ch \frac{l}{2a} + a \cdot sh \frac{l}{2a} \left(-\frac{l}{2a^2} \right) \right] = \\ &= \frac{q_0}{A} \left(ch \frac{l}{2a} - \frac{l}{2a} sh \frac{l}{2a} \right). \end{aligned}$$

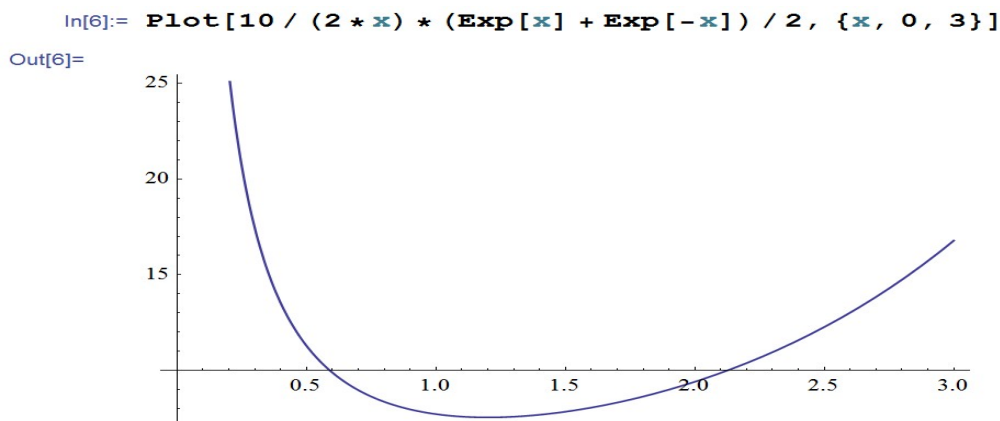
უკანასკნელი გამოსახულება მცირეოდენი გამარტივების შემდეგ შეიძლება გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$ch \frac{l}{2a} - \frac{l}{2a} sh \frac{l}{2a} = 0 \text{ ან } th \frac{l}{2a} = \frac{2a}{l},$$

კიდევ ერთი აღნიშვნის $\frac{l}{2a} = x$ შემოტანის შემ-

დეგ ამოვხსნათ მიღებული განტოლება პროგრამა Wolfram-ის გამოყენებით, მაგრამ ჯერ ავაგოთ $\sigma_{\max}$

ფუნქციის გრაფიკი



სურ. 10.

$\sigma'_{\max}$ ფუნქციის ნულთან ტოლობით მიღებული განტოლების ამოხსნას ექნება შემდეგი სახე:

```
In[2]:= FindRoot[(Exp[x] - Exp[-x]) / (Exp[x] + Exp[-x]) == 1 / x, {x, 1.4}]
{x -> 1.1996786}
```

ბაგირის სიგრძე, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, იანგარიშება ფორმულით, $L = 2.a.sh\frac{l}{2a}$ ჩავსვათ შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობები, გვექნება $a = \frac{l}{2.x} = \frac{l}{2.1,9968} = 0.25047$ და $L = \frac{l}{1.2} sh1.2 = 1.258l$.

მიღებული ამონახსნი შეესაბამება ბაგირის მაქსიმალური დაძაბულობის მინიმალურ მნიშვნელობას.

დასკვნა

ნაშრომში დამუშავებულია რამდენიმე მარტივი სამშენებლო კონფიგურაციის კონსტრუქციის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების მეთოდები. ასეთი მარტივი შემთხვევების დროსაც კი მიზნის ფუნქცია შეიძლება იყოს საკმაოდ რთული, მათ შორის ტრანსცენდენტულიც, რომელთა ამოხსნისათვის ვიყენებთ პროგრამების პაკეტ Wolfram-ს. რომლის საშუალებითაც ადვილად ვაგებთ გამოსაკვლევ ფუნქციის გრაფიკს, ხოლო შემდეგ მიზნის ფუნქციის ფესვების მიახლოებით მნიშვნელობებს. რის შემდეგ ჩადგმული ფუნქციის გამოყენებით ვაზუსტებთ მიზნის ფუნქციის ექსტრემალურ და შესაბამისი პარამეტრების ოპტიმალურ მნიშვნელობებს.

ლიტერატურა

1. Polovko, A.M. (2007). *Mathematics for the student*. (In Russian);
2. Hogue, E., Arora, Y. (1983). *Applied optimal design*. (In Russian);
3. Fomin, A.N. (1975). *Applied mechanics of solid deformed body*. (In Russian).

UDC 624

SCOPUS CODE 2205

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2023-4-123-134>

The Tasks of Optimizing Some Construction Structures

Badri Gvasalia

Department of Computer Design of Construction, Georgian Technical University,
Georgia, 0160, Tbilisi, 77, M. Kostava Str.

E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge

Tamar Kvachadze

Department of Computer Design of Construction, Georgian Technical University,
Georgia, 0160, Tbilisi, 77, M. Kostava Str.

E-mail: t.kvachadze@gtu.ge

Reviewers:

M. Kublashvili, Professor, Faculty of Construction, GTU

E-mail: murm.kublashvili@gtu.ge

J. Nizaradze, Professor, Faculty of Construction, GTU

E-mail: J.nizhadze@gtu.ge

Abstract. Finding the optimal solution has always been, is and will be one of the urgent tasks in science and technology. The possibility of using analytical methods for calculating the optimal values of the parameters of some simple building structures are discussed. The Wolfram program is used in order to increase the accuracy of solving problems and reduce the calculation time, which will largely facilitate the user's work in the results analysis.

Keywords: farm; flexible rope; optimal values of the farms; optimality criterion.

განხილვის თარიღი 09.10.2023

შემოსვლის თარიღი 12.10.2023

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 21.12.2023