UDC 513.21
SCOPUS CODE 1701
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-1-55-74

ავტომატური მართვის სისტემის წრფივი მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრა ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმის მიხედვით

ბადრი გვასალია მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავა 68[ბ]
E-mail: b.gvasalia@gtu.ge

რეცენზენტები:
ნ. ლომინაძე, სტუ-ის ინფორმატკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: n.lominadze@gtu.ge
მ. კუბლაშვილი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი
E-mail: m.kublashvili@gtu.ge

ანოტაცია. ავტომატური მართვის სისტემის (ამს) დაპროექტებისას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრას, რომელიმე კრიტერიუმის მიხედვით.

ბოლო დროს სულ უფრო ხშირად გვხვდება პუბლიკაციები ავტომატური მართვის სისტემის სინთეზის ამოცანების გადასაწყვეტად არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდის გამოყენების შესახებ [1,2].

სტატიაში განხილულია მარტივი და რთული ავტომატური მართვის სისტემების წრფივი მაკორექტირებელი მოწყობილობების პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების შესაძლებლობები.

გამოყოფილია ავტომატური მართვის სისტემის კლასი, რომელთა მიზნის ფუნქციას აქვს ერთი ექსტრემუმი. დამტკიცებულია შესაბამისი თეორემები. გამოყვანილია მაკორექტირებელი მოწყობილობის ოპტიმალური პარამეტრის საანგარიშო ფორმულა.

რთული მიზნის ფუნქციის შემთხვევაში მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების ამოცანა წარმოდგენილია როგორც არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანა, ხოლო მიზნის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოსანახად გამოყენებულია შემთხვევითი ძებნის მეთოდი.

სინთეზის საბოლოო ეტაპზე აგებულია მიღებული პარამეტრების შესაბამისი გარდამავალი პროცესების გრაფიკები. მეთოდი ადვილად განხორციელებადია Visual Basic for Application პროგრამების გამოყენებით, რომელიც იძლევა ყველა საჭირო რიცხვითი შედეგის მიღების და შესაბამისი ნახაზების ადვილად წარმოდგენის შესაძლებლობას.

საკვანძო სიტყვები: ავტომატური მართვის სისტემა; ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმი; ოპტიმალური გარდამავალი პროცესი; წრფივი მაკორექტირებელი მოწყობილობა.

შესავალი

სტატიაში ნაჩვენებია, რომ მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრის ამოცანა შეიძლება დაყვანილ იქნეს არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანაზე.

ცნობილია, რომ ამს პრაქტიკული ვარგისობისათვის გარდა მდგრადობისა აუცილებელია, რომ ის აკმაყოფილებდეს ზოგიერთ შეზღუდვას, მაგალითად, შეზღუდვებს გადარეგულირების σ სიდიდეზე, რეგულირების t დროზე, სიზუსტეზე, რომელიც მიიღწევა გაძლიერების k კოეფიციენტის სათანადო შერჩევით და სხვა.

ზემოთ აღნიშნული მოთხოვნები განაპირობებს მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ცვლილებას განსაზღვრულ საზღვრებში. სხვანაირად რომ ვთქვათ, მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრებს აქვს შეზღუდვები, რომელიც განპირობებულია სხვადასხვა პრაქტიკული მოსაზრებებიდან გამომდინარე და რომელიც დამოკიდებულია აგრეთვე მაკორექტირებელი მოწყობილობის სტრუქტურასა და რიგზე.

ძირითადი ნაწილი

ამოცანის დასმა და კრიტერიუმის შერჩევა

კრიტერიუმების შერჩევა უნდა გადაწყდეს ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში, იმაზე დამოკიდებულებით, რეგულირების ხარისხის რომელი მაჩვენებელი არის მნიშვნელოვანი მოცემულ მომენტში. ზოგად შემთხვევაში ხარისხის მაჩვენებელი შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$I_0 = I_0(x_1, x_2, \ . \ . \ . \ , x_n), \qquad (1)$$

სადაც $x_1, x_2, \ . \ . \ . \ , x_n$, მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრებია.

მაშასადამე, ოპტიმიზაციის ამოცანაა I_0 მიზნის ფუნქციის მინიმალური (ან მაქსიმალური) მნიშვნელობის პოვნა შემდეგი შეზღუდვების დროს

$$g_i(x_1, x_2, \ . \ . \ ., x_n) \geq 0, \ i = 1, 2, ... I_{g,} \qquad (2)$$

და

$$h_i(x_1, x_2, \ . \ . \ ., x_n) = 0, \ i = 1, 2, ... I_{h,} \qquad (3)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულირება განსაზღვრავს არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანას. ოპტიმიზაციის კრიტერიუმის განსაზღვრისას მიზანშეწონილია კომბინირებული კრიტერიუმების შერჩევა, რომელიც იძლევა განზოგადებული თვისებების შეფასების შესაძლებლობას და იმავდროულად ითვალისწინებს სწრაფქმედებას, სიზუსტეს, მაქსიმალურ გადახრას ერთობლიობაში, მათი მნიშვნელობების ცალ-ცალკე გამოთვლის გარეშე.

ასეთ შემთხვევებში ხშირად გამოიყენება ინტეგრალური კრიტერიუმები. განვიხილოთ მაგალითად, ფუნქცია

$$I_0 = \int_0^{\infty} y^2(t)dt \, . \qquad (4)$$

$y(t)$ ფუნქცია ახასიათებს გარდამავალი პროცესის მიმდინარეობას და განისაზღვრება ფორმულით: $y(t) = h_{st} - h(t)$, სადაც h_{st} მისი დამყარებული მნიშვნელობაა.

ინტეგრალი (4) ყველაზე მარტივად გამოითვლება რელეის [3] თეორემის საფუძველზე, რომლიდანაც გამომდინარეობს, რომ

$$I_0 = \int_0^\infty y^2(t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left|Y_{m,n}(j\omega)\right|^2 d\omega , \qquad (5)$$

სადაც $Y_{m,n}(j\omega)$ შეკრული სისტემის გამოსავალზე გარდამავალი შემადგენლის ამპლიტუდური სპექტრია.

იმ შემთხვევაში, როდესაც $Y_{m,n}(p)$ წილადრაციონალური ფუნქციაა:

$$Y_{m,n}(p) = \frac{B(p)}{C(p)} =$$

$$= \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \quad . \; . \; . \; + b_1 p + b_0}{c_n p^n + c_{n-1}p^{n-1} + \; . \quad . \; . + c_1 p + c_0} . \qquad (6)$$

ფორმულა (6) შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{B(j\omega).B(-j\omega)}{C(j\omega).C(-j\omega)} d\omega \; . \qquad (7)$$

ინტეგრალი (7) (როგორც b_i და c_i კოეფიციენტების ფუნქცია) პირველად გამოთვალა მაკ-ლენმა, როდესაც $m \le n-1$ და n=1-7. ამჟამად არსებობს ცხრილები [4] ამ ინტეგრალების გამოსათვლელად, როდესაც n იცვლება 1-დან 10-მდე, რაც მთლიანად აკმაყოფილებს პრაქტიკის მოთხოვნებს.

ამრიგად, თუ შევაჯამებთ ზემოთ მოყვანილ მოსაზრებებს, შეიძლება განვსაზღვროთ გადასაწყვეტი ამოცანების კლასი:

1) ფუნქცია $Y_{m,n}(p)$ უნდა იყოს წილად-რაციონალური ფუნქცია;

2) $Y_{m,n}(p)$ ფუნქციის მრიცხველის რიგს m-სა და მნიშვნელის რიგს n -ს შორის უნდა იყოს შემდეგი დამოკიდებულება $m \le n-1$;

3) $Y_{m,n}(p)$ ფუნქციის მნიშვნელის რიგი უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას $n \le 10$.

ვინაიდან განიხილება მდგრადი სისტემის გარდამავალი ფუნქცია, $Y_{m,n}(p)$ -სათვის გვაქვს შემდეგი დამოკიდებულება [3]:

$$Y_{m,n}(p) = \frac{W_{cl}(o) - W_{cl}(p)}{p} \; , \qquad (8)$$

სადაც $W_{cl}(p)$ არის შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქცია.

მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების შეზღუდვათა რიცხვითი მნიშვნელობები, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, განისაზღვრება ცალკეულ კონკრეტულ შემთხვევებში და განპირობებულია მაკორექტირებელი მოწყობილობის სტრუქტურით, რიგით და ასევე სხვა ტექნიკური მოსაზრებებით. შესაძლებელია აგრეთვე სინთეზის ცნობილი ლოგარითმული მეთოდის გამოყენება მოწყობილობის სტრუქტურისა და პარამეტრების პირველი მიახლოებითი მნიშვნელობების დასადგენად.

მაკორექტირებელი მოწყობილობის ოპტიმალური პარამეტრების პოვნა ნიშნავს მიზნის ფუნქციის – I_0 -ის მინიმალური ან მაქსიმალური მნიშვნელობის პოვნას და, ამავე დროს, პარამეტრების იმ მნიშვნელობების პოვნასაც, რომელთა დროსაც ამას აქვს ადგილი.

მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების პოვნა საგრძნობლად ადვილდება თუ ცნობილია, რომ სისტემის მიზნის ფუნქციას აქვს ერთი ექსტრემუმი. ამდენად, ასეთი კლასის სისტემის გამოყოფა არის მეტად მნიშვნელოვანი ამოცანა. ქვემოთ მოყვანილი თეორემები იძლევა აღნიშნული საკითხის გარკვეულწილად გადაწყვეტის შესაძლებლობას.

ერთექსტრემუმიანი მიზნის ფუნქციის მქონე ავტომატური მართვის სისტემები

განვიხილოთ ერთკონტურიანი ავტომატური მართვის სისტემა სურ. 1, რომელიც შედგება მიმდევრობით შეერთებული მაინტეგრირებელ-მადიფერენცირებელი მაკორექტირებელი $W_c(p)$ რგოლისაგან და $W_{ob}(p)$ ობიექტისაგან, რომელთა გადაცემის ფუნქციებს შესაბამისად აქვთ შემდეგი სახე:

$$W_c(p) = \frac{\tau \;\; p+1}{\alpha\tau \;\; p+1}, \qquad (9)$$

და

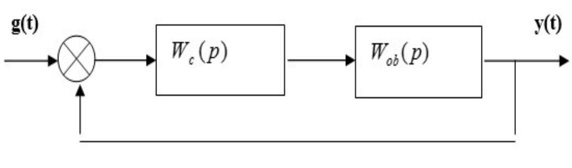
$$W_{ob}(p) = \frac{k}{p(Tp+1)}, \qquad (10)$$

სადაც k არის ობიექტის გაძლიერების კოეფიციენტი, T – დროის მუდმივა.

$g(t)$ – შესავალი და $y(t)$ – გამოსავალი სიდიდეები შესაბამისად.

τ – მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრი.

ოპტიმალურობის კრიტერიუმად მდგრადი სისტემებისათვის არჩეულია (5) ფუნქცია.



სურ. 1.

თეორემა 1. ავტომატური მართვის სისტემის, (რომელიც შედგება მიმდევრობით შეერთებული მაკორექტირებელი მოწყობილობისა (9) და ობიექტისაგან (10), სადაც $0 < \alpha < 1$ და $kT(1+kT)+$ $+\alpha(kT-1) > 0$ მიზნის ფუნქციას (5) აქვს მხოლოდ ერთი მინიმალური მნიშვნელობა τ პარამეტრის [0, ∞) ნახევარსეგმენტში ცვლილებისას. წინააღმდეგ შემთხვევაში მიზნის ფუნქცია იქნება მონოტონურად კლებადი.

დამტკიცება. თეორემის დამტკიცება მოითხოვს მიზნის ფუნქციის ანალიზური სახის ცოდნას, რომლის დასადგენად ვიქცევით შემდეგნაირად: დავწეროთ შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქციას, მას აქვს სახე:

$$W_{cl}(p) = \frac{k(\tau p+1)}{\alpha T\tau p^3 + (T+\alpha\tau)p^2 + (1+k\tau)p + k} \quad (11)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც $0 < \alpha < 1$, ამს, რომელიც აღიწერება (11) ფორმულით მისი მდგრადობის პირობა, გურვიცის კრიტერიუმის თანახმად, მახასიათებელი განტოლების დადებითი კოეფიციენტების შემთხვევაში, ყოველთვის სრულდება თუ დაცულია ქვემოთ მოყვანილი პირობა:

$$(T+\alpha\tau)(1+k\tau) > \alpha k\tau T \qquad (12)$$

შესაბამისად, $W_{cl}(0)=1$ (8) ფორმულაში ჩავსვათ (11) გამოსახულება და გავითვალისწინოთ, რომ $W_{cl}(0)=1$ მივიღებთ:

$$Y_{m,n}(p) = \frac{\alpha T\tau p^2 + (T+\alpha\tau)p + 1}{\alpha T\tau p^3 + (T+\alpha\tau)p^2 + (1+k\tau)p + k}. \quad (13)$$

თუ გამოვიყენებთ ფორმულებს, რომელიც მოცემულია [4], მაშინ შეიძლება დავწეროთ მიზნის ფუნქციის ანალიზური სახე:

$$I_0 = \frac{(\alpha Tk^2 + k\alpha^2)\tau^2 + (\alpha Tk + \alpha) + kT^2 + T}{2k^2\alpha\tau^2 + 2(k\alpha + k^2T - K^2\alpha T)\tau + 2kT} \quad (14)$$

ჩავატაროთ (14) ფუნქციის გამოკვლევა ექსტრემუმზე. ამისათვის საჭიროა დავადგინოთ განსაზღვრულია თუ არა (14) ფუნქცია τ პარამეტრის [0, ∞) ფარგლებში ცვლილებისას (აქ იგულისხმება, რომ ობიექტის პარამეტრები ღებულობს ნებისმიერ,

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

მაგრამ ფიქსირებულ მნიშვნელობას, ხოლო ცვლადი არის τ პარამეტრი).

ამისათვის (14) გამოსახულების მნიშვნელი გავუტოლოთ ნულს და ამოვხსნათ განტოლება:

$$k^2\alpha\tau^2 + k(\alpha + kT - kT\alpha)\tau + kT = 0 . \quad (15)$$

ამ განტოლების ფესვები, რადგანაც ყველა კოეფიციენტი დადებითია, იქნება უარყოფითი, იმის გამო, რომ განიხილება შემთხვევა, როცა $0 < \alpha < 1$.

ამრიგად, (14) გამოსახულების მნიშვნელი τ პარამეტრის $[0,\infty)$ ნახევარსეგმენტში ცვლილებისას არსად არ ღებულობს ნულოვან მნიშვნელობას. იმავდროულად ის უწყვეტია ამავე ნახევარსეგმენტზეც.

ვიპოვოთ I_0 ფუნქციის სტაციონარული წერტილები. ამისათვის საჭიროა ვიპოვოთ ფუნქციის პირველი წარმოებული და ამოვხსნათ $I_0^{/}$ განტოლება. გვექნება, რომ

$$I_0^{'} = \frac{2k^2(1-\alpha)[kT(1+kT)+\alpha(kT-1)]\tau^2 - 4k^2\alpha T(1-\alpha)\tau - 2k^2T^2(1+kT)(1-\alpha)}{[2k^2\alpha\tau^2 + 2k(\alpha + kT - kT\alpha)\tau + 2kT]^2} . \quad (16)$$

ეს უკანასკნელი გამოსახულება იქნება ნულის ტოლი, როცა მრიცხველი იქნება ნულის ტოლი, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$[kT(kT+1) + \alpha(kT-1)]\tau^2 - 2T\alpha\tau - T^2(1+kT) = 0 . \quad (17)$$

თუ კოეფიციენტი $kT(kT+1) + \alpha(kT-1) > 0$, (18)

მაშინ (17) განტოლების ამოხსნას ექნება სახე:

$$\tau_{1,2} = \frac{T(\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + (kT+1)[kT(kT+1)+\alpha(kT-1)]}}{kT(kT+1)+\alpha(kT-1)} \quad (19)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებიდან ჩანს, რომ ერთი ფესვი არის დადებითი, ხოლო მეორე – უარყოფითი.

ამრიგად, თუ კმაყოფილდება (18) პირობა, მაშინ I_0 ფუნქციას აქვს მხოლოდ ერთი სტაციონარული წერტილი τ პარამეტრის $[0,\infty)$ ნახევარსეგმენტში ცვლილებისას. გამოვიკვლიოთ ახლა, მინიმალურ თუ მაქსიმალურ მნიშვნელობას ღებულობს ფუნქცია სტაციონარულ წერტილში. ამისათვის საჭიროა დავადგინოთ პირველი წარმოებულის ნიშანი სტაციონარულ წერტილამდე და მის შემდეგ. წარმოებულის გამოსახულებიდან ჩანს, რომ $I_0^{'} < 0$, ხოლო $I_0^{'}(\infty) = 0$. გარდა ამისა, იმის გამო, რომ (16) გამოსახულების მნიშვნელი ყოველთვის დადებითია, ამიტომ პირველი წარმოებულის ნიშანი მთლიანად დამოკიდებულია მრიცხველის ნიშანზე.

თავისთავად

$$[kT(kT+1) + \alpha(kT-1)]\tau^2 - 2T\alpha\tau - T^2(1+kT)$$

მრიცხველი არის პარაბოლა, რომლის წვერო

$$O_2\left\{\frac{\alpha T}{kT(1+kT)+\alpha(kT-1)},\right.$$
$$\left.-2k^2T^2(1-\alpha)\left[kT + \frac{\alpha^2}{kT(1+kT)+\alpha(kT-1)}\right]\right\}$$

მდებარეობს მეოთხე კვადრანტში. ეს პარაბოლა გადაკვეთს აბცისთა დადებით ღერძს მხოლოდ ერთ წერტილში, რომელიც შეესაბამება სტაციონარული წერტილის აბსცისას.

ამრიგად, პარაბოლის შტოები განთავსებულია τ პარამეტრის ცვლილებისას სტაციონარულ წერტილამდე აბცისთა ღერძის დაბლა, ხოლო სტაციონარული წერტილის შემდეგ – ამ ღერძის მაღლა. აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ სტაციონარულ

წერტილამდე (16) გამოსახულების მრიცხველი არის უარყოფითი, ხოლო მას შემდეგ – დადებითი. ამრიგად, სტაციონარულ წერტილზე გადასვლისას პირველი წარმოებულის ნიშანი იცვლება უარყოფითი მნიშვნელობიდან დადებითისკენ და, შესაბამისად, მიზნის ფუნქციას აქვს მინიმუმი. რაც დამადასტურებელია იმისა, რომ სრულდება მინიმუმის არსებობის საკმარისი პირობა.

თუ არ სრულდება (18) პირობა, ე.ი.

$$kT(kT+1)+\alpha(kT-1)\le 0\,, \qquad (20)$$

მაშინ უკანასკნელის ნიშნის გათვალისწინებით (16) გამოსახულებაში, მივიღებთ $I_0^{'}(\tau)<0,$ τ პარამეტრის $[0,\infty)$ ნახევარსეგმენტზე ცვლილებისას. არ არის ძნელი დავადგინოთ, $I_0(0)=\frac{T}{2}+\frac{1}{2k}$ და $I_0(\infty)=\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2k}$. იმის გამო, რომ $0<\alpha<1$, მაშინ $I_0(0)>I_0(\infty)$. შევაჯამოთ ზემოთ ნათქვამი, რომ თუ არ სრულდება (18) პირობა, მაშინ $I_0^{'}(\tau)<0$, τ პარამეტრის $[0,\infty)$ მონაკვეთზე ცვლილებისას და მაშინ მიზნის ფუნქცია იქნება მკაცრად კლებადი. ამრიგად, თეორემა 1 დამტკიცებულია.

თეორემა 2. ავტომატური მართვის სისტემის, რომელიც შედგება მაკორექტირებელი მოწყობილობისა (9) და ობიექტისაგან (10), სადაც $\alpha>1$ და $\alpha+kT-kT\alpha\ge 0$, τ პარამეტრის $[0,\infty)$ ნახევარსეგმენტში ცვლილებისას, მიზნის ფუნქციას აქვს ერთადერთი მაქსიმალური მნიშვნელობა. მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა სრულდება პირობა $kT(1+kT)+\alpha(kT-1)>0$.

დამტკიცება. ცხადია, რომ თუ $\alpha>1$ და $\alpha+kT-kT\alpha\ge 0$ τ პარამეტრის $[0,\infty)$ ნახევარსეგმენტში ცვლილებისას სრულდება სისტემის მდგრადობის (12) პირობა და განსაზღვრულია (14) ფუნქცია. $I_0^{'}$ -ისათვის გვაქვს:

$$I_0^{'}=\frac{-2k^2(\alpha-1)[kT(1+kT)+\alpha(kT-1)]\tau^2+4k^2\alpha T(\alpha-1)\tau+2k^2T^2(1+kT)(\alpha-1)}{[2k^2\alpha\tau^2+2k(\alpha+kT-kT-kT\alpha]^2}. \qquad (21)$$

ვთქვათ, სრულდება (18) პირობა, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი განტოლების ამოხსნისას

$$-[kT(1+kT0+\alpha(kT-1)]\tau^2+$$
$$+2\alpha\tau T+T^2(1+kT)=0\,, \qquad (22)$$

მიიღება ნამდვილი ფესვები, რომლებსაც აქვთ სხვადასხვა ნიშანი. შესაბამისად გვექნება ერთი სტაციონარული წერტილი, τ პარამეტრის $[0,\infty)$ ნახევარსეგმენტში ცვლილებისას. იმ შემთხვევაში, როდესაც $kT(1+kT)+\alpha(kT-1)\le 0$, მაშინ (22) განტოლების ყველა კოეფიციენტი იქნება დადებითი და, შესაბამისად, ფესვები იქნება ან უარყოფითები, ან კომპლექსურები.

ახლა განვსაზღვროთ, მაქსიმალურ თუ მინიმალურ მნიშვნელობას ღებულობს ფუნქცია სტაციონარულ წერტილში. (21) განტოლებიდან ცხადია, რომ $I_0^{'}(0)>0$ და $I_0^{'}(\infty)=0$. ამ შემთხვევაში წინა შემთხვევის ანალოგიურად, (21) გამოსახულების მრიცხველი არის პარაბოლა, რომლის წვერო მდებარეობს პირველ კვადრანტში:

$$O_2\left\{\frac{\alpha T}{kT(1+kT)+\alpha(kT-1)},\ 2k^2T^2(\alpha-1)\left[1+kT+\frac{\alpha^2}{kT(1+kT)+\alpha(kT-1)}\right]\right\},$$

და გადაკვეთს აბცისთა ღერძს ერთ წერტილში. ამრიგად, გვაქვს, რომ სტაციონარულ წერტილამდე $I_0'(\tau)>0$, ხოლო მის შემდეგ $I_0'(\tau)<0$, ე.ი. სტაციონარულ წერტილში ფუნქცია ღებულობს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. რაც უნდა დაგვემტკიცებინა.

პარამეტრის საბოლოო მნიშვნელობა, რომლის დროსაც მიზნის ფუნქცია ღებულობს ექსტრემალურ მნიშვნელობას, ორივე განხილულ შემთხვევაში, გამოითვლება ფორმულით:

$$\tau_{1,2}=\frac{T\left\{\alpha+\sqrt{\alpha^2+(kT+1)[KT(kT+1)+\alpha(kT-1)]}\right\}}{kT(kT+1)+\alpha(kT-1)}\ . \quad (23)$$

ამრიგად, მოყვანილი თეორემები შესაძლებლობას იძლევა დავადგინოთ მიზნის ფუნქციის ერთექსტრემუმიანობა გარკვეული კლასის სისტემებისათვის, რომლებიც შედგება ობიექტისა და მაკორექტირებელი მოწყობილობისაგან.

ანალოგიური თეორემების დამტკიცება ამს, რომლებიც შეიცავენ უფრო მაღალი რიგის მაკორექტირებელ მოწყობილობებს და ობიექტებს, არის ძალიან ძნელი ან ზოგად შემთხვევაში შეუძლებელიც. ამიტომ ასეთ შემთხვევებში მიზანშეწონილია სხვა, კერძოდ არაწრფივი მათემატიკური მეთოდების გამოყენება, ხოლო რაც შეეხება მრავალი ცვლადის, მრავალექსტრემუმიანი და ზოგადად რთული კონფიგურაციის მქონე ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოძებნას, ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ შემთხვევითი ძებნის ან ψ - გარდასახვის მეთოდები, რადგანაც ჩვენი აზრით სწორედ ეს მეთოდები უზრუნველყოფს ყველაზე ზუსტად და მარტივად ზემოთ აღნიშნული ხასიათის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის და შესაბამისი პარამეტრების მოძებნას.

მრავალექსტრემუმიანი, მრავალპარამეტრიანი და ზოგადად რთული კონფიგურაციის მიზნის ფუნქციის მქონე ავტომატური მართვის სისტემები

ძალიან ხშირად პრაქტიკულ ამოცანებში მიზნის ფუნქციებს აქვს მულტიმოდალური სახე, ამიტომ მიზანშეწონილია მათი მინიმუმის მოსაძებნად გამოვიყენოთ გლობალური ანუ აბსოლუტური ექსტრემუმის ძებნის მეთოდები.

მოკლედ განვიხილოთ ექსტრემუმის პოვნის შემთხვევითი ძებნის მეთოდი [5], რომელსაც შემდეგში გამოვიყენებთ. შემთხვევითი ძებნის მეთოდი აბსოლუტური ექსტრემუმის მონახვის უმარტივესი მეთოდია, რომელიც ε სიზუსტით კრებადობას მხოლოდ $W\to\infty$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდების საფუძველზე უზრუნველყოფს. აღნიშნული მეთოდით მრავალი ცვლადის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოძებნა დიდი რაოდენობის ცდების ჩატარებას ითვალისწინებს, რაც გამოთვლითი ხასიათის მნიშვნელოვან შრომატევადობასთან იყო დაკავშირებული, მაგრამ თანამედროვე კომპიუტერული ტექნიკის შესაძლებლობის გათვალისწინებით შეიძლება ითქვას, რომ ეს სიძნელეები აღმოფხვრილია.

მართლაც, ვთქვათ, ძებნის დასაშვები არე არის n-განზომილებიანი კუბი, რომლის მოცულობა ტოლია V=1 , ხოლო ε მიდამოს მოცულობა ტოლია $V=\varepsilon^n$, მაშინ ε მიდამოში შემთხვევითი წერტილის

მოხვედრის ალბათობაა $p(N) = = 1-(1-\varepsilon^n)^N$. მაშასადამე, სტატისტიკური ცდების ის რაოდენობა, რომლის საფუძველზე p ალბათობით შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ ε სიზუსტით მოძებნილი ოპტიმალური მნიშვნელობა ჭეშმარიტ მნიშვნელობას შეესაბამება, ტოლია

$$N = (\frac{1}{\varepsilon}).\ln[1/(1-p)].$$

მაგალითად, ორგანზომილებიანი ამოცანის შემთხვევაში (n=2), როცა p=1/2 და $\varepsilon = 10^{-3}$, საჭიროა არანაკლებ $N = (1/10^{-3})^2.\ln[1/(1-1/2)] = 10^6 \ln 2 =$ $= 0.69.10^6$ სტატისტიკური ცდების ჩატარება.

ავტომატური მართვის სისტემის მაგალითის განხილვა

ვთქვათ, ამს შედგება მიმდევრობით (სურ. 1) შეერთებული მაკორექტირებელი $W_c(p)$ მოწყობილობისა და $W_{ob}(P)$ ობიექტისაგან, შესაბამისად.

$$W_c(p) = \frac{(T_2p+1)(T_3p+1)}{(T_1p+1)(T_4p+1)}, \qquad (24)$$

$$W_{ob}(p) = \frac{k}{p(T_{01}p+1)(T_{02}p+1)(T_{03}p+1)}, \qquad (25)$$

სადაც T_i $i=1,2,3,4$, ხოლო T_{oj} $j=1,2,3$ და k არის მაკორექტირებელი მოწყობილობის და ობიექტის პარამეტრები

საძიებელი პარამეტრების ზღვრების დადგენისას შემთხვევით აღმოჩნდა, რომ $T_{01} = T_3$, ამიტომ გახსნილი სისტემის გადაცემის ფუნქციას აქვს სახე:

$$W_0(p) = W_c(p).W_{ob}(p) =$$

$$= \frac{k(T_2p+1)}{p(T_1p+1)(T_4p+1)(T_{02}p+1)(T_{03}p+1)}, \qquad (26)$$

ხოლო შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქციას აქვს სახე:

$$W_{cl}(P) = \frac{W_o(p)}{1+W_o(p)} =$$

$$\frac{k(T_2p+1)}{p(T_1p+1)(T_4p+1)(T_{02}p+1)(T_{03}p+1)+k(T_2p+1)}. \qquad (27)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $W_{cl}(0) = 1$ და ჩავსვამთ (27) –ს ფორმულა (8)-ში, მაშინ მივიღებთ:

$$Y_{m,n}(p) = \frac{1}{p}[1-$$

$$\frac{k(T_2p+1)}{p(T_1p+1)(T_4p+1)(T_{02}p+1)(T_{03}p+1)+k(T_2p+1)}] =$$

$$= \frac{[T_1T_4p^2+(T_1+T_4)p+1][T_{02}T_{03}p^2+(T_{02}+T_{03})p+1]}{p\{T_1T_4p^2+(T_1+T_4)p+1][T_{02}T_{03}p^2+(T_{02}+T_{03})p+1\}+kT_2p+k}.$$

(28)

(28) გამოსახულების გამარტივებისა და სათანადო აღნიშვნების შემოტანის შემდეგ გვექნება:

$$Y_{m,n}(p) = \frac{b_4p^4+b_3p^3+b_2p^2+b_1p+b_0}{c_5p^5+c_4p^4+c_3p^3+c_2p^2+c_1p+c_0}, \qquad (29)$$

სადაც

$$\begin{aligned} c_5 &= b_4 = T_1T_4T_{02}T_{03} \\ c_4 &= b_3 = T_1T_4T_{02} + T_1T_4T_{03} + T_1T_{02}T_{03} + T_4T_{02}T_{03} \\ c_3 &= b_2 = T_1T_4 + T_1T_{02} + T_1T_{03} + T_4T_{02} + T_4T_{03} + T_{02}T_{03} \\ c_2 &= b_1 = T_1 + T_4 + T_{02} + T_{03} \\ c_1 &= 1 + kT_2 \\ c_0 &= k \\ b_0 &= 1 \end{aligned} \qquad (30)$$

ფუნქცია $Y_{m,n}(p)$, როგორც b_i და c_i კოეფიციენტების ფუნქცია წარმოდგენილია ზემოთ. როგორც (29) გამოსახულებიდან ჩანს, ჩვენ მიერ განხილულ შემთხვევაში n=5 და m=4, ამიტომ მიზნის ფუნქციას ექნება სახე:

$$I_0 = \frac{1}{\Delta}[b_4^2m_0 + (b_3^2+2b_2b_4)m_1 + (b_2^2-2b_1b_3+2b_0b_4)m_2 +$$

$$+(b_1^2-2b_0b_2)m_3 + b_0^2m_4], \qquad (31)$$

სადაც

$$
\begin{aligned}
m_1 &= -c_0c_3 + c_1c_2,\\
m_0 &= \frac{1}{c_5}(c_3m_1 - c_1m_2),\\
m_2 &= -c_0c_5 + c_1c_4,\\
m_3 &= \frac{1}{c_0}(c_2m_2 - c_4m_1),\\
m_4 &= \frac{1}{c_0}(c_2m_3 - c_4m_2),\\
\Delta &= c_0(c_1m_4 - c_3m_3 + c_5m_4)
\end{aligned}
\qquad (32)
$$

თუ შემოვიღებთ ცვლადების შემდეგ აღნიშვნებს $\tau_1 = T_1,\ \tau_2 = T_2,\ \tau_3 = k,\ \tau_4 = T_4$ და გავითვალისწინებთ ობიექტის პარამეტრების შემდეგ მნიშვნელობებს, რომელიც ტოლია;

$$
\begin{aligned}
T_{02} &= 0.02\ \ \sec\\
T_{03} &= 0.01\sec
\end{aligned}
\qquad (33)
$$

მაშინ ამოცანა შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად:

საჭიროა ვიპოვოთ $I_0(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4)$ მიზნის ფუნქციის გლობალური მინიმუმი, სადაც I_0 განისაზღვრება (31,32,33) ფორმულებით და შემდეგი შეზღუდვების გათვალისწინებით:

$$
\begin{aligned}
&2.27 \le \tau_1 \le 10,\\
&0.125 \le \tau_2 \le 0.5,\\
&200 \le \tau_3 \le 225,\\
&0.02 \le \tau_4 \le 0.03,
\end{aligned}
\qquad (33,\ ა)
$$

ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი შეიძლება დავყოთ ოთხ ძირითად ეტაპად და შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად:

1. მუშაობის დასაწყისშივე განისაზღვრება ყველა საწყისი მონაცემი. აქ იგულისხმება, არა მარტო ის მონაცემები, რომლებსაც ითვალისწინებს პროექტი, არამედ ისინიც, რომლებიც საჭიროა კომპიუტრული გამოთვლების ჩასატარებლად, მაგალითად, სტატისტიკური ცდების რაოდენობა S, შეზღუდვათა m და ცვლადების n რაოდენობა. საწყის მომენტში მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობის შესადარებლი თეორიულად შესაძლო დიდი რიცხვის სიდიდე - I_{min} .

2. სტატისტიკური ცდების ჩატარების პროცესის დაწყება, რომლის დროსაც შემთხვევითი რიცხვების გენერატორის მიერ გამომუშავდება რიცხვები, რომლებიც შემდეგ შესაბამისი ალგორითმის საშუალებით და შეზღუდვათა გათვალისწინებით ფორმირდება, როგორც საპროექტო პარამეტრების მნიშვნელობები.

3. წინასწარ მოცემული პირობის შესაბამისად მოწმდება ყველა შეზღუდვა. თუ შეზღუდვებზე დადებული ყველა პირობა ერთდროულად შესრულდება, მაშინ მართვა გადაეცემა მომდევნო მე-4 ეტაპის შესრულებას, წინააღმდეგ შემთხვევაში, მართვა გადაეცემა მე-2 ეტაპის შესრულებას და აირჩევა საპროექტო პარამეტრების ახალი მნიშვნელობები.

4. გამოითვლება მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა და შედარდება წინასწარ არჩეულ დიდ რიცხვს. თუ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა ნაკლები იქნება ამ რიცხვზე, მაშინ ამ რიცხვს მიენიჭება მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა და შეინახება სათანადო პარამეტრებთან ერთად, რათა გამოყენებულ იქნეს შემდეგი გამოთვლებისათვის. წინააღმდეგ შემთხვევაში, მართვა გადაეცემა მე-2 ეტაპის შესრულებას და გაგრძელდება ციკლური პროცესი შემთხევითი რიცხვების ახალი მნიშვნელობებისათვის. ეს ციკლური გამოთვლები გაგრძელდება მანამ, სანამ ჩატარდება ყველა S ცდა. შედეგად მივიღებთ მიზნის ფუნქციის მინიმალურ მნიშვნელობას და მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების იმ მნიშვნელობებს, რომლებიც უზრუნველყოფს მიზნის ფუნქციის ოპტიმალურ მნიშვნელობას.

კომპიუტერზე ამოცანის ამოხსნის პროგრამა დაწერილია VBA (Visual Basic For Application) სისტემაზე. მისი რეალიზაციის პროგრამა სათანადო კომენტარებით მოცემულია ქვემოთ.

პირველ ცხრილში მოყვანილია ზემოთ აღნიშნული ამოცანის ამოხსნის შედეგები

ცხრილი 1

```
Io= 6.267872E-04 T1= 7.7238822644949 T2= 0.325034007430077 k= 214.488 T4= 2.28956246376038E-02
Io= 6.124125E-04 T1= 3.09223758161068 T2= 0.499780461192131 k= 216.9044 T4= 2.01570391654968E-02
Io= 5.38912E-04 T1= 9.01478716313839 T2= 0.406507894396782 k= 206.8236 T4= 0.02673646884613
Io= 1.306256E-04 T1= 4.35987675607204 T2= 0.342941150069237 k= 205.2425 T4= 2.07870888710022E-02
```

აავტომატური მართვის სისტემის გარდამავალი პროცესების აგება

მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების განსაზღვრის შემდეგ სასურველია ავაგოთ გარდამავალი პროცესის გრაფიკი, რომელიც წარმოადგენს ავტომატური მართვის სისტემის სინთეზის საბოლოო ეტაპს. მას აკისრია ერთგვარი, შემოწმებითი ხასიათის ფუნქციაც. გარდამავალი პროცესის გრაფიკი ცხადად წარმოაჩენს მის დინამიკას, კერძოდ, რხევადია პროცესი თუ მონოტონური, გვიჩვენებს რეგულირების დროის და მაქსიმალური გადახრის სიდიდეების მნიშვნელობებს და აგრეთვე რხევის ჩაქრობის ინტენსიურობას. ერთი სიტყვით ყველა კითხვაზე გასცემს პასუხს, რომელიც დაისვა ამს სინთეზის დაწყების წინ, ამიტომ მის აგებას ძალიან დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს.

არსებობს ამს გარდამავალი პროცესის აგების მრავალი მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა შევაფასოთ სისტემის დინამიკური მახასიათებლები. ამ მეთოდებს შორის პირველია კლასიკური მეთოდი, რომელიც გულისხმობს სისტემის დიფერენციალური განტოლების ცოდნას, რასაკვირველია მისი მარჯვენა ნაწილის გათვალისწინებით. განტოლების ამოსახსნელად საჭიროა დავწეროთ მახასიათებელი განტოლება მარჯვენა ნაწილის გარეშე. უნდა ვიპოვოთ მახასიათებელი განტოლების ფესვები და დიფერენციალური განტოლების ზოგადი ამონახსნი. შემდეგ უნდა ვეძებოთ კერძო ამონახსნები, რისთვისაც საჭიროა ინტეგრალური მუდმივების პოვნა საწყისი პირობების გათვალისწინებით. ამის შემდეგ საჭიროა გარდამავალი პროცესის აგება, საიდანაც ზუსტად გამოჩნდება ამს თვისობრიობის ყველა მაჩვენებელი. ეს პროცესი არის რთული, რადგანაც არ ვიცით მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების გავლენა გარდამავალი პროცესის მაჩვენებლებზე. ამის გასარკვევად საჭიროა ავაგოთ ძალიან დიდი რიცხვი გარდამავალი პროცესებისა მაკორექტირებელი პარამეტრების სხვადასხვა კომბინაციის შემთხვევაში. ზოგად შემთხვევაში შეუძლებელია მივიღოთ ანალიზური დამოკიდებულება გარდამავალი პროცესის დროსა, მაქსიმალურ გადახრასა და სისტემის პარამეტრებს შორის. მაშინაც კი როცა მოინახება მრავალი ცდის ჩატარების შედეგად პარამეტრების მეტ-ნაკლებად დამაკმაყოფილებელი მნიშვნე-

ლობები, არ შეიძლება ვიყოთ დარწმუნებული, რომ არ არსებობს რომელიღაც სხვა უფრო მეტად სასურველი პარამეტრების თანაფარდობა. ამრიგად, ძნელი და რთული გამოთვლითი სამუშაოებიც კი არ იძლევა გარანტიას, რომ სამუშაოები შესრულებულია ბოლომდე კარგად, ამიტომ პოვნა უფრო სასურველი პარამეტრების კომბიაციისა, ამა თუ იმ თვალსაზრისით, არის მეტად მნიშვნელოვანი ამოცანა.

გარდამავალი პროცესის აგების არსებულ მეთოდებს შორის მნიშვნელოვანია სიხშირული მეთოდი. ჩვენს შემთხვევაში, სწორედ ამ მეთოდის გამოყენება მიგვაჩნია ყველაზე მიზანშეწონილად.

კავშირი გარდამავალ ფუნქციასა და მის სიხშირულ მახასიათებელს შორის ჩაიწერება ფორმულით, რომელიც დაახლოებით 180 წლის წინ მიიღო ფურიემ.

$$y(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{U(\omega)}{\omega}\sin(\omega t)d\omega \qquad (34)$$

სადაც $U(\omega)$ არის შეკრული ამს ნამდვილი (რეალური) სიხშირული მახასიათებელი.

$U(\omega)$-ს გამოსათვლელად საჭიროა ვიცოდეთ შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქცია, რომელსაც აქვს სახე:

$$W_{cl}(p) = \frac{W_{op}(p)}{1+W_{op}(p)} =$$

$$= \frac{k(T_2 p+1)}{P(T\ p+1)(T_4 p+1)(T_{02} p+1)(T_{03} p+1)+k(T_2 p+1)} \quad (35)$$

თუ (35) გამოსახულების მნიშვნელს გადავამრავლებთ და შემდეგ დავალაგებთ p-ს ხარისხების მიხედვით და გავითვალისწინებთ (30) აღნიშვნებს, შესაბამისად გვექნება:

$$W_{cl}(p) = \frac{k(T_2 p+1)}{c_5 p^5 + c_4 p^4 + c_3 p^3 + c_2 p^2 + c_1 p + c} \qquad (36)$$

თუ (36) გამოსახულებაში p-ს შევცვლით $j\omega$-თი და გავითვალისწინებთ, რომ $j^2 = -1$, მაშინ გვექნება:

$$W_{cl}(j\omega) =$$

$$= \frac{k(T_2 j\omega+1)}{jc_5\omega^5 + c_4\omega^4 - jc_3\omega^3 - c_2\omega^2 + jc_1\omega + c_0} =$$

$$= \frac{k(T_2 j\omega+1)}{(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) + j(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)} \quad (37)$$

(37) გამოსახულების მნიშვნელში კომპლექსური რიცხვის მოსპობის მიზნით, საჭიროა ამ გამოსახულების მნიშვნელი და მრიცხველი გავამრავლოთ მნიშვნელის შეუღლებულ რიცხვზე, ე.ი. $(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) - j(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)$-ზე, გვექნება:

$$W_{cl}(j\omega) =$$

$$= \frac{k(jT_2\omega+1)[(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) - j(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega]}{(c_4\omega^4\omega - c_2\omega^2 + c_0)^2 + (c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)^2} \quad (38)$$

დაწვრილებით განვიხილოთ მხოლოდ მრიცხველი. ამისათვის გავამრავლოთ მრიცხველში მდგომი წევრები ერთმანეთზე და, შესაბამისად, გვექნება:

$$k[jT_2\omega(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) + T_2\omega(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega) +$$
$$+(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) - j(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)] =$$
$$= k[T_2\omega(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega) + (c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0)] +$$
$$+ jk[c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) - (c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)]$$

ეს უკანასკნელი გამოსახულება შევიტანოთ (38) გამოსახულების მრიცხველში და დავალაგოთ რეალური და წარმოსახვითი ნაწილები ცალ-ცალკე. გვქნება:

$$W_{cl}(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)\,,$$

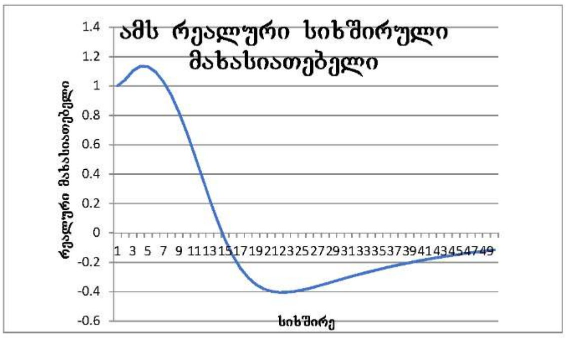
სადაც

$$U(\omega) = \frac{k[T_2\omega(c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega) + (c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0)]}{(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0)^2 + (c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)^2}, (39)$$

$$V(\omega) = j\frac{k[T_2\omega(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0) - (c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)]}{(c_4\omega^4 - c_2\omega^2 + c_0)^2 + (c_5\omega^5 - c_3\omega^3 + c_1\omega)} (40)$$

$U(\omega)$ და $V(\omega)$ არის შეკრული ავტომატური მართვის სისტემის რეალური და წარმოსახვითი სიხშირული მახასიათებლები, შესაბამისად.

მე-2 სურ-ზე მოცემულია რეალური სიხშირული მახასიათებლის გრაფიკი



სურ. 2.

დავუბრუნდეთ ისევ (34) ფორმულას და დროის ფიქსირებული მომენტისათვის, ე.ი. როცა $t = t_1$, ფორმულა წარმოდგინდება შემდეგნაირად:

$$y(t_1) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\omega_l} U(\omega)\frac{Sin\quad(\omega t_1)}{\omega}d\omega \ . \qquad (41)$$

ეს უკანასკნელი კი ინტეგრალის გამოთვლის ტრაპეციების მეთოდის გამოყენებით [6] შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგნაირად:

$$y(t_1) = \frac{2}{\pi}\Delta\omega[\frac{1}{2}\frac{U(\omega_1)}{\omega_1}Sin(t_1\omega_1) + \frac{U(\omega_2)}{\omega_2}Sin(t_1\omega_2) + ,\ .\ .\ .\ .\ , +$$

$$+\frac{U(\omega_{l-l})}{\omega_{l-1}}Sin(t_1\omega_{l-1}) + \frac{1}{2}\frac{U(\omega_l)}{\omega_l}Sin(t_1\omega_l)] =$$

$$= \frac{2}{\pi}\Delta\omega\{\sum_{i=2}^{l-1}\frac{U(\omega_i)}{\omega_i}Sin(t_1\omega_i) +$$

$$+0.5[\frac{U(\omega_1)}{\omega_1}Sin(t_1\omega_1) + \frac{U(\omega_l)}{\omega_l}Sin(t_1\omega_l)]\} \qquad (42)$$

ჩაწერის გამარტივების მიზნით შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\frac{U(\omega)}{\omega}Sin(\omega t) = z$$

მაშინ (42) გამოსახულება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$y(t_i) = \frac{2}{\pi}\Delta\omega[\sum_{i=2}^{\ell-1} z_{ij} + 0.5(z_{1j} + z_{\ell j})],\ \ j = 1, 2, ..., M, \ (43)$$

სადაც M დისკრეტიზაციის რიცხვია, ხოლო l – ინტეგრირების ზღვარი.

გარდამავალი პროცესის ასეთი წარმოდგენის უპირატესობა არის ის, რომ იგი ადვილად რეალიზებადი ხდება კომპიუტერზე. რაც შეეხება ინტეგრირების ბიჯს, იგი საჭიროა ავარჩიოთ ისეთნაირად, რომ ინტეგრირების ბიჯის ფარგლებში ინტეგრალქვეშა ფუნქცია უნდა იყოს თითქმის წრფივი.

პირველ ნულოვან მნიშვნელობას $\frac{Sin(\omega t)}{\omega}$ ფუნქცია ღებულობს მაშინ, როცა არგუმენტი $\omega t = \pi$ საიდანაც შესაბამისად შეიძლება გამოვითვალოთ:

$$\omega = \frac{\pi}{t_r} \ , \qquad (44)$$

$[\omega, \infty)$ ინტერვალი , რომელიც მიღებულია (44)-დან შეიძლება დავყოთ, $\omega = \Delta\omega.\ell$ მონაკვეთებად, საიდანაც $\Delta\omega = \frac{\omega}{\ell}$, რაც იქნება ინტეგრირების ბიჯის მნიშვნელობა.

სტატიას თან ერთვის პროგრამები, დაწერილი Visual Basic for Application სისტემაში. რომლებიც გამოითვლიან მაკორექტირებელი მოწყობილობის ოპტიმალურ პარამეტრებს და აგრეთვე ოპტიმალურობის გზაზე მიმავალი პროცესის დროს შუალედური პარამეტრების მნიშვნელობებს. მე-3 სურ-ზე ნაჩვენებია აგრეთვე ამ პარამეტრების შესაბამისი ამხ გარდამავალი პროცესების გრაფიკები. გრაფიკებიდან ნათლად ჩანს ყველა იმ დინამიკური მახასიათებლის მნიშვნელობების პასუხები, რომელიც დაისვა ამხ სინთეზის დასაწყისში.

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

ცხრილი 2

t	y1(t)	y2(t0	y3(t)	y4(t)
0.01	7.80E-05	0.000392	0.000185	8.83E-05
0.02	0.000195	0.000932	0.000445	0.000218
0.03	0.000387	0.001739	0.000844	0.000426
0.04	0.000678	0.002889	0.001429	0.000738
0.05	0.001085	0.004396	0.00222	0.00117
0.06	0.001611	0.006211	0.003211	0.001725
0.07	0.002248	0.008232	0.004371	0.002392
0.08	0.002978	0.01031	0.005651	0.003151
0.09	0.003777	0.01228	0.006985	0.003975
0.1	0.004618	0.013982	0.008308	0.004834
0.11	0.005474	0.015281	0.009559	0.005698
0.12	0.006321	0.016091	0.010687	0.006542
0.13	0.007141	0.016379	0.011658	0.007349
0.14	0.007923	0.016168	0.012457	0.008105
0.15	0.00866	0.015534	0.013083	0.008807
0.16	0.00935	0.014587	0.01355	0.009454
0.17	0.009995	0.013457	0.013877	0.010049
0.18	0.010598	0.012275	0.01409	0.010598
0.19	0.011161	0.011158	0.014209	0.011104
0.2	0.011683	0.010194	0.014252	0.011569
0.21	0.012165	0.009442	0.014231	0.011993
0.22	0.012602	0.008928	0.014154	0.012373
0.23	0.012993	0.008647	0.014023	0.012708
0.24	0.013333	0.008577	0.013843	0.012993
0.25	0.013621	0.008682	0.013617	0.013229
0.26	0.013856	0.008923	0.013353	0.013414
0.27	0.014042	0.009262	0.013063	0.013553
0.28	0.014182	0.009668	0.01276	0.013651
0.29	0.014283	0.010114	0.012461	0.013714
0.3	0.014351	0.010578	0.012182	0.013751
0.31	0.014393	0.011039	0.011936	0.013766
0.32	0.014412	0.011476	0.011731	0.013767

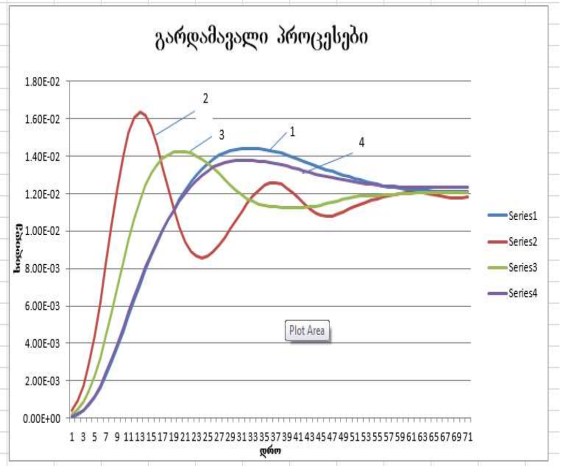
გაგრძელება

0.33	0.014413	0.011869	0.01157	0.013757
0.34	0.014398	0.012194	0.011452	0.013736
0.35	0.014366	0.01243	0.01137	0.013706
0.36	0.014319	0.012562	0.011318	0.013665
0.37	0.014255	0.012581	0.011285	0.013613
0.38	0.014175	0.012491	0.011265	0.013549
0.39	0.01408	0.012305	0.011252	0.013474
0.4	0.013973	0.012048	0.011246	0.013391
0.41	0.013858	0.011752	0.011248	0.013302
0.42	0.013738	0.011454	0.01126	0.013211
0.43	0.013618	0.011187	0.011286	0.013123
0.44	0.013501	0.010979	0.011328	0.013041
0.45	0.013388	0.010846	0.011386	0.012966
0.46	0.013282	0.010794	0.011458	0.012899
0.47	0.013182	0.010817	0.011538	0.01284
0.48	0.013086	0.0109	0.01162	0.012786
0.49	0.012994	0.011023	0.011698	0.012736
0.5	0.012904	0.011166	0.011766	0.012687
0.51	0.012816	0.01131	0.011819	0.012638
0.52	0.012729	0.011442	0.011857	0.012589
0.53	0.012644	0.011555	0.011882	0.012542
0.54	0.012563	0.01165	0.011896	0.012496
0.55	0.012489	0.01173	0.011906	0.012455
0.56	0.012422	0.0118	0.011916	0.01242
0.57	0.012363	0.011866	0.011929	0.012393
0.58	0.012315	0.011928	0.011949	0.012373
0.59	0.012275	0.011986	0.011973	0.012361
0.6	0.012243	0.012035	0.012	0.012355
0.61	0.012216	0.012067	0.012026	0.012353
0.62	0.012194	0.012078	0.012048	0.012352
0.63	0.012174	0.012064	0.012063	0.012351
0.64	0.012155	0.012026	0.012069	0.012349
0.65	0.012138	0.011968	0.012067	0.012345
0.66	0.012122	0.011901	0.012059	0.012341

გაგრძელება

0.67	0.012109	0.011836	0.01205	0.012338
0.68	0.0121	0.011787	0.012044	0.012337
0.69	0.012096	0.011762	0.012043	0.01234
0.7	0.012098	0.011768	0.012051	0.012347
0.71	0.012105	0.011804	0.012068	0.012359
მაქს. მნიშვნ.	**1.44E-02**	**0.016379**	**0.014252**	**1.38E-02**

მე-2 ცხრილში ასახულია გარდამავალი პროცესის რიცხვითი მნიშვნელობები. ცხრილის სვეტის (ნომრების) მონაცემები შეესაბამება გარდამავალი პროცესის გრაფიკების ნომრებს. თითოეული სვეტის ბოლოში მითითებულია მაქსიმალური გადახრის სიდიდე, ხოლო ბოლო სტრიქონის ბოლო უჯრედში მითითებულია მაქსიმალურ გადახრებს შორის უმცირესის მნიშვნელობა. ამრიგად, დამპროექტებელს აქვს სრული ინფორმაცია ოპტიმალური პარამეტრების ასარჩევად.



სურ. 3.

დასკვნა

ნაშრომში განხილულია წრფივი მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობის გაანგარიშების მეთოდი, კვადრატული ინტეგრალური კრიტერიუმის მიხედვით. სიახლეა ის, რომ ზემოთ მოყვანილი ამოცანა განხილულია, როგორც არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანა, ხოლო მრავალი ცვლადის, მრავალექსტრემუმიანი ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოსანახად გამოყენებულია შემთხვევითი ძებნის მეთოდი. გამოყოფილია აგრეთვე მარტივ ავტომატურ სისტემათა კლასი, რომლებსაც აქვთ ერთექსტრემუმიანი მიზნის ფუნქცია. ასეთ შემთხვაში დამტკიცებულია თეორემები და მოცემულია ანალიზურად ექსტრემუმის წერტილები. განილულია რიცხვითი მაგალითები. დამუშავებულია პროგრამები, რომელიც დაწერილია Visual Basic for Applikation სისტემის საფუძველზე. აგებულია შესაბამისი გარდამავალი პროცესების გრაფიკები.

დანართი 1

რეალური სიხშირული მახასიათებლის აგების პროგრამა

```
‘ realuri maxasiatebelis programa
Dim T1, T2, T3, T4, T01, T02, T03 As Single
Dim c0, c1, c2, c3, c4, c5, D,F, Om, U,q1,q2, k As Single
T1 = 8.7
T2 = 0.47
T3 = 200
T4 = 0.02
T01 = 0.1ამა
T02 = 0.02
T03 = 0.01
k = 200
I = 0
For Om = 0.1 To 50 Step 1
I = I + 1
c0 = k
c1 = 1+k * T2
c2 = T4 + T1 + T02 + T03
c3 = T1 * T4+T1*T02+T1*T03+T4*T02+T4*T03+T02*T03
c4 = T1 * T4 * T02 + T1 * T4 * T03 + T4 * T02 * T03 + T4 * T02 * T03
c5 = T1 * T4 * T02 * T03
D=c5*Om^5-c3*Om^3+c1*Om
F=c4*Om^4-c2*Om^2+c0
U=c0*(T2*Om*D+f)/(F^2+D^2)
Cells(1 + I, 2).Value = U
Cells(1 + I, 3).Value = Om
Next Om
```

გარდამავალი პროცესის გრაფიკის აგების პროგრამა (მე-2 ცხრილის ფორმირება)

```
  ’ gardamavalis agebis programa
Dim T1, T2, T3, T4, T01, T02, T03 As Single
Dim c0, c1, c2, c3, c4, c5, D, F, Om, U, k As Single
Dim x, y, delta As Single
Dim I, j As Integer
T1 = 7.72
T2 = 0.325
T4 = 0.029
k = 214.5
T01 = 0.1
T02 = 0.02
T03 = 0.01
delta =0.01
y = 0
I = 0
For t = 0.01 To 0.72 Step 0.01
I = I + 1
For Om = 0.1 To 50 Step 1
c0 = k
```


ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

```
c1 =1+c0*T2
c2 = T4 + T1 + T02 + T03
c3 = T1 * T4 + T1 * T02 + T1 * T03 + T4 * T02 + T4 * T03 + T02 * T03
c4 = T1 * T4 * T02 + T1 * T4 * T03 + T4 * T02 * T03 + T4 * T02 * T03
c5 = T1 * T4 * T02 * T03
D=c5*Om^5-c3*Om^3+c1*Om
F=c4*Om^4-c2*Om^2+c0
U=c0*(T2*Om*D+F)/(F^2+D^2)
x=U/Om*sin(Om*t)
y = y + x
Next Om
y = 2 / 3.14 * delta * y
Cells(1 + I, 2).Value = y
Cells(1+I,4).Value=t
Next t
```

მაკორექტირებელი მოწყობილობის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების პროგრამა (პირველი ცხრილის ფორმირება)

```
Private Sub Command1_Click()
' makoreqtirebeli mowyobilobis parametrebis optim. mniShv.gaangariSebis programa
' SemTxveviTi Zebnis meTodiT
Dim T1, T2, T3, T4, Om, q11, q12, q21, q22, q31, q32, q41, q42, b0, b1, b2, b3, b4, b5 As Single
Dim c0, c1, c2, c3, c4, c5, m0, m1, m2, m3, m4, d, Imin, Io As Single
Dim AA(4), BB(4), XM(4), X(4), g(8) As Single
Dim N, II, k, kk, J, M As Integer
Dim q1, q2, q3, q4 As Single
T1 = 0.1
T2 = 0.02
T3 = 0.01
s = 250
N = 4
M = 8
kk = 1
Imin = 300
q11 = 2.27
q12 = 10
q21 = 0.125
q22 = 0.5
q31 = 200
q32 = 225
q41 = 0.02
q42 = 0.03
AA(1) = q11
BB(1) = q12
AA(2) = q21
BB(2) = q22
AA(3) = q31
BB(3) = q32
AA(4) = q41
BB(4) = q42
'Randomize
```

```
For J = 1 To s
For I = 1 To N
X(i) = AA(i) + (BB(i) – AA(i)) * Rnd
Next i
g(1) = X(1) – q11
g(2) = q12 – X(1)
g(3) = X(2) – q21
g(4) = q22 – X(2)
g(5) = X(3) – q31
g(6) = q32 – X(3)
g(7) = X(4) – q41
g(8) = q42 – X(4)
II = 0
For k = 1 To M
If g(k) >= 0 Then II = II + 1
Next k
If II = M Then
q1 = X(1)
q2 = X(2)
q3 = X(3)
q4 = X(4)
b0 = 1
b1 = q1 + q4 + T2 + T3
b2 = q1 * q4 + q1 * T2 + q1 * T3 + q4 * T2 + q4 * T3 + T2 * T3
b3 = q1 * q4 * T2 + q1 * q4 * T3 + q1 * T2 * T3 + q4 * T2 * T3
b4 = q1 * q4 * T2 * T3
c0 = q3
c1 = 1 + q3 * q2
c2 = q1 + q4 + T2 + T3
c3 = q1 * q4 + q1 * T2 + q1 * T3 + q4 * T2 + q4 * T3 + T2 * T3
c4 = q1 * q4 * T2 + q1 * q4 * T3 + q1 * T2 * T3 + q4 * T2 * T3
c5 = q1 * q2 * T2 * T3
m1 = -c0 * c3 + c1 * c2
m0 = (c3 * m1 – c1 * m2) / c5
m2 = -co0 * c5 + c1 * c4
m3 = (c2 * m2 – c4 * m1) / c0
m4 = (c2 * m3 – c4 * m2) / c0
d = c0 * (c1 * m4 – c3 * m3 + c5 * m4)
Io = 0.5 * ((b4 ^ 2 * m0 + (b3 ^ 2 + 2 * b2 * b4) * m1 + (b2 ^ 2 – 2 * b1 * b3 + 2 * b0 * b4) * m2 + _
(b1 ^ 2 – 2 * b1 * b2) * m3 + b0 ^ 2 * m4)) / d
Io = Abs(Io)
If Io <= Imin Then
Imin = Io
For I = 1 To N
XM(i) = X(i)
Next i
Print “Io=”; Imin; “T1=”; X(1); “T2=”; X(2); “k=”; X(3); “T4=”; X(4)
Else
End If
End If
Next J
End Sub
```

ლიტერატურა

1. V. Lazarev, E. Travina. Synthesis and Calculation of Automatic Control Systems. ITMO University, St. Petersburg, 2018. (In Russian);
2. I. Iboduauli. Solving Problems of Synthesis of Control Systems by the Method of Variational Genetic Programming. Abstract of Dissertation, Moscow: 2014. (In Russian);
3. J.L.K. Newton, L. Gould, J. Kaiser. Theory of Linear Systems (Analytical Methods of Calculation) Fizmat Iz. Moscow: 1961. (In Russian);
4. Theory of Automatic Control. Edited by Netushil. Textbook for universities. Ed. 2nd rev. M.: 1976. (In English);
5. V. Gemin, B. Kagan. Optimal design methods. M.: "Energy", 1980. (In Russian);
6. V. Demidovich, I. Maron. Fundamentals of Computational Mathematics, Moscow: "Science", 1970. (In Russian).

UDC 513.21
SCOPUS CODE 1701
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-1-55-74

Determination of the Optimal Values of the Parameters of Linear Corrective Devices of the Automatic Control System by the Integral Quadratic Criterion

Badri Gvasalia

Department of Computer-aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68[b] M. Kostava str.
E-mail: b.gvasalia@gtu.ge

Reviewers:

N. Lominadze, Professor, Faculty of Informatics and Control Systems, GTU
E-mail: n.lominadze@gtu.ge
M. Kublashvili, Professor, Faculty of Construction, GTU
E-mail: m.kublashvili@gtu.ge

Abstract. When designing an automatic control system (ACS), it is important to determine the optimal values of the parameters of the correcting device according to any of the criteria.

Recently, more and more publications have appeared on the use of the method of nonlinear mathematical programming for solving problems of synthesis of an automated control system.

The article discusses a method for determining the optimal parameters of linear correcting devices according to the quadratic integral criterion. The novelty is the presentation of the above mentioned problem in the form of a nonlinear mathematical programming problem. To find a multiparametric, multiextremal, i.e. complex, objective function, a random search method is used.

Also, a class of automatic control systems having one extreme objective function is highlighted. For this case, the theorems are proved, and the formula for determining extreme points is given in an analytical form. Numerical examples are also considered. Programs have been developed for implementing the corresponding algorithms on a computer in VBA language. The graphs of the corresponding transients are given.

Key words: automatic control system; integral quadratic criteria; linear corrective device; optimal transient process.

UDC 513.21
SCOPUS CODE 1701
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-1-55-74

Определение оптимальных значений параметров линейных корректирующих устройств системы автоматического управления по интегральному квадратичному критерию

Бадри Гвасалия Департамент компьютерного проектирования строительства, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси ул. М. Костава, 68б
E-mail: b.gvasalia@gtu.ge

Рецензенты:

Н. Ломинадзе, профессор факультета информатики и систем управления ГТУ
E-mail: n.lominadze@gtu.ge

М.Кублашвили, профессор строительного факультета ГТУ
E-mail: m.kublashvili@gtu.ge

Аннотация. При проектировании системы автоматического управления (АСУ) важно определить оптимальные значения параметров корректирующего устройства по любому из критериев.

В последнее время появляется все больше публикаций об использовании метода нелинейного математического программирования для решения задач синтеза автоматизированной системы управления.

В статье рассматривается метод определения оптимальных параметров линейных корректирующих устройств по квадратичному интегральному критерию. Новизной является представление выше указанной задачи в виде задачи нелинейного математического программирования. Для нахождения многопараметрической, многоэкстремальной, т.е сложной, целевой функции использован метод случайного поиска.

Также, выделен класс систем автоматического управления, чья целевая функция имеет один экстремум. Для данного случая доказана справедливость теорем, а формула определения экстремальных точек приведена в аналитическом виде. Рассмотрены также численные примеры. Разработаны программы для реализации соответствующих алгоритмов на компьютерном языке VBA. Приведены графики соответствующих переходных процессов.

Ключевые слова: интегральный квадратичный критерии; линейное корректирующее устройство; оптимальный переходный процесс; система автоматического управления.

განხილვის თარიღი 03.07.2020
შემოსვლის თარიღი 28.09.2020
ხელმოწერილია დასაბეჭდად 29.03.2021