UDC 62-52
SCOPUS CODE 1701
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-1-75-97

პროპორციულ-ინტეგრალური რეგულატორის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშება ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმის მინიმუმის მიხედვით და გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის კოეფიციენტის მნიშვნელობის გათვალისწინებით

ბადრი გვასალია მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68ბ
E-mail: Gvasaliabadri01@gtu.ge

რეცენზენტები:
კ. ოდიშარია. სტუ-ის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი
O_korneli@yahoo.com
ე. აბრამიძე. სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი
Edisoni.abramidze@mail.ru

ანოტაცია. მრავალ პრაქტიკულ შემთხვევაში, როდესაც ინტეგრალური კრიტერიუმი ღებულობს მინიმალურ მნიშვნელობას, სისტემის გარდამავალ პროცესს ახასიათებს საკმაოდ დიდი რხევები, რაც სხვადასხვა ტექნიკური მოსაზრებიდან გამომდინარე მიუღებელია. ამიტომ მიზანშეწონილია ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმის გამოყენება არა იზოლირებულად, არამედ გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის კოეფიციენტთან ერთობლიობაში. აღნიშნული კოეფიციენტის შემოტანის აუცილებლობას ამოცანა გადაჰყავს ოპტიმიზაციის მრავალკრიტერიუმიან ამოცანაში.

სტატიაში განხილულია PI (Proportional-Integral Regulator) რეგულატორის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების ამოცანა ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმის მიხედვით და გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის კოეფიციენტის სასურველი მნიშვნელობის გათვალისწინებით. ნაშრომში გამოყენებულია გაფართოებული ამპლიტუდურ-ფაზური სიხშირული მახასიათებელი PI რეგულატორის საანგარიშო ფორმულების გამოსათვლელად, ხოლო კვადრატული ინტეგრალური კრიტერიუმის მინიმალური მნიშვნელობის საანგარიშოდ გამოყენებულია შემთხვევითი ძებნის მეთოდი. მოყვანილია რიცხვითი მაგალითი და ილუსტრირებულია სხვადასხვა გარდამავალი პროცესი. დამუშავებულია კომპიუტერული პროგრამები VBA პროგრამული საშუალების გამოყენებით.

საკვანძო სიტყვები: ავტომატური მართვის სისტემის სინთეზი; პროპორციულ-ინტეგრალური რეგულატორი; ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმი; ოპტიმალური პარამეტრები.

შესავალი

განსაკუთრებულად უნდა აღინიშნოს, რომ დღეისათვის არ არსებობს ერთიანი შეხედულება იმაზე, თუ გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის β კოეფიციენტის რომელი მნიშვნელობა არის ოპტიმალური [1], გარკვევით შეიძლება ითქვას მხოლოდ ის, რომ გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის ხარისხის კოეფიციენტის მნიშვნელობა იქნება 0< β <1 შუალედში, რაც დადასტურებულია მრავალი ათეული ცდის ჩატარების შედეგად ანალოგურ კომპიუტერებზე.

ქვემოთ მოცემულია მცდელობა ამ საკითხების გადასაჭრელად. ეს შესაძლებელია თუ ავტომატური მართვის სისტემის სინთეზის ამოცანას წარმოვადგენთ არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანად და ამ საკითხების გადასაწყვეტად გამოვიყენებთ საპროექტო პარამეტრების ძიების სტოქასტიკურ მეთოდებს [2,3].

ამოცანის დასმისათვის საჭირო წინაპირობები

გავაკეთოთ მცირე ექსკურსი ავტომატური მართვის თეორიაში [4] და განვიხილოთ თუ რას ნიშნავს გარდამავალი პროცესის ჩაქრობის კოეფიციენტი (β ან m) და გაფართოებული ამპლიტუდურ-ფაზურ-სიხშირული მახასიათებელი.

რხევის ჩაქრობის β კოეფიციენტი ახასიათებს გარდამავალი პროცესის რხევითი შემადგენლის ჩაქრობის ხარისხს. იგი რიცხობრივად ტოლია უმცირესი კომპლექსური ფესვის ნამდვილი ნაწილისა და წარმოსახვითი ნაწილის კოეფიციენტის შეფარდების აბსოლუტური მნიშვნელობის.

ავხსნათ ეს. ავტომატური მართვის სისტემის ამსახველ დიფერენციალური განტოლების ამონახსნს აქვს სახე:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t} \,. \tag{1}$$

გარდამავალი პროცესის რხევის ხასიათი დამოკიდებულია მახასიათებელი განტოლების p_k ფესვზე. p_k ფესვს აქვს შემდეგი სახის შეზღუდვა:

$$p_k = -m\omega + i\omega \,, \tag{2}$$

სადაც m დადებითი რიცხვია. ამ ფესვს შეესაბამება გარდამავალი პროცესის რხევითი შემადგენელი, რომელსაც აქვს სახე:

$$y_k(t) = A_k e^{-m\omega\, t} \cos(\omega\ t) \,, \tag{3}$$

სადაც ω რხევის სიხშირეა. მაშინ t_i მომენტში, როდესაც, მაგალითად $\omega t = k\pi$ (k მთელი რიცხვია). მაშინ $y(t)$ სიდიდის რხევის ამპლიტუდას ექნება შემდეგი სახე:

$$A_i = A_k e^{-mk\pi} \,, \tag{4}$$

ხოლო t_{i+2} მომენტში, რაც შეესაბამება $\omega_{i+2} = k\pi + 2\pi$, A_{i+2} ამპლიტუდა ტოლი იქნება

$$A_{i+2} = A_k e^{-m(k\pi + 2\pi)} \,. \tag{5}$$

რხევის ჩაქრობის ψ ხარისხი ეწოდება გარდამავალი პროცესის ყველაზე სუსტად ჩაქრობადი შემადგენლის ორი მეზობელი დადებითი ამპლიტუდის სხვაობის შეფარდებას პირველ მეზობელ ამპლიტუდასთან, რაც შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\beta = \frac{(\sigma_{\max})_i - (\sigma_{\max})_{i+2}}{(\sigma_{\max})_i} = 1 - \frac{(\sigma_{\max})_{i+2}}{(\sigma_{\max})_i} \,. \tag{6}$$

აქედან ჩანს, რომ ჩაქრობის ხარისხის β კოეფიციენტი ტოლია ნულის იმ შემთხვევაში, თუ $(i+2)$ ამპლიტუდა $(\sigma_{\max})_{i+2}$ ტოლია i-ური $(\sigma_{\max})_i$ ამპლიტუდის, ე.ი. როცა პროცესი არაჩაქრობადია.

β კოეფიციენტი ტოლია ერთის იმ შემთხვევაში, თუ (i+2) ამპლიტუდა $(\sigma_{\max})_{i+2}$ ტოლია ნულის, რაც შეესაბამება გარდამავალი პროცესის აპერიოდულ ფორმას.

მაშასადამე, გარდამავალი პროცესის ჩაქრობის ხარისხის კოეფიციენტის ყველა საშუალედო მნიშვნელობა იქნება $0 < \beta < 1$ შუალედში. შესაბამისად, ზემოთ მოყვანილი ფორმულირების გარდამავალი პროცესის ხარისხის კოეფიციენტი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\beta = 1 - \frac{A_{i+2}}{A_i} = 1 - \frac{A_k e^{-m(k\pi+2\pi)}}{A_k e^{-mk\pi}} = 1 - e^{-2\pi m} \quad , \qquad (7)$$

სადაც $2\pi m$ არის რხევის ჩაქრობის ლოგარითმული დეკრემენტი.

ჩაქრობის ხარისხის სხვადასხვა მნიშვნელობას, რა თქმა უნდა, შეესაბამება m-ის სხვადასხვა მნიშვნელობა, რომელიც შეიძლება დავითვალოთ კომპიუტერის საშუალებით და წარმოვადგინოთ პირველი ცხრილის სახით:

ცხრილი 1

β	0.000	0.300	0.450	0.600	0.700	0.900	1.000
m	0.000	0.057	0.095	0.145	0.221	0.366	∞

ამრიგად, კოეფიციენტის ზემოთ აღნიშნულ ფარგლებში ცვლილება არის კიდევ ერთი პირობა, რათა ამოცანა დავიყვანოთ არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანამდე. ასეთი მიდგომები აღნიშნული ტიპის ამოცანებისათვის ნაწილობრივ აღწერილია აგრეთვე [4,5].

ახლა განვიხილოთ თუ რას წარმოადგენს გაფართოებული ამპლიტუდურ-ფაზურ-სიხშირული მახასიათებელი.

თუ სისტემის გადაცემის ფუნქციაში ჩავსვამთ $p = -m\omega + i\omega$, მაშინ მივიღებთ გაფართოებულ ამპლიტუდურ-ფაზურ-სიხშირულ მახასიათებელს და იგი აღინიშნება ასე: $W(m, i\omega)^*$.

თუ m=0, მაშინ ნათელია, რომ გაფართოებული ამპლიტუდურ-ფაზურ-სიხშირული მახასიათებელი დაემთხვევა ნორმალურ ამპლიტუდურ-ფაზურ-სიხშირულ მახასიათებელს – $W(i\omega)$.

როდესაც p_k ფესვზე დადებულია შეზღუდვა $p_k = -m\omega + i\omega$, ეს ნიშნავს, რომ მოცემულია პირობა, კერძოდ განტოლების ფესვები უნდა მდებარეობდეს ჩაქრობის β კოეფიციენტს შეზღუდულ ზონაში.

ანრიგად, გაფართოებული ამპლიტუდურ-ფაზურ-სიხშირული მახასიათებლის მიხედვით შესაძლებელია გამოვითვალოთ ავტომატური მართვის სისტემის პარამეტრები, გარდამავალი პროცესის რხევების მოცემული ჩაქრობის ხარისხის კოეფიციენტის გათვალისწინებით. ეს ნიშნავს, ავაგოთ სიბრტყეზე რეგულატორის პარამეტრების გაწყობის მრუდე წირი, რომლის გასწვრივ არჩეული რეგულატორის პარამეტრები უზრუნველყოფს რხევის β კოეფიციენტის მუდმივობას.

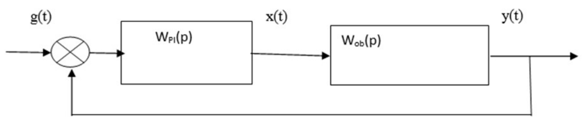
ძირითადი ნაწილი

განვიხილოთ ავტომატური მართვის სისტემა (სურ. 1), რომელიც შედგება მიმდევრობით შეერთებული $W_{P,I}(p)$ პროპორციულ-ინტეგრალური რეგულატორისა და $W_{ob}(p)$ ობიექტისაგან, რომელთა გადაცემის ფუნქციებს შესაბამისად აქვს ქვემოთ მოყვანილი სახე:

$$W_{P,I} = \frac{(q_0 + q_1 p)k}{p}\ , \qquad (8)$$

$$W_{ob}(p) = \frac{k}{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}\ , \qquad (9)$$

სადაც q_0 და q_1 არის რეგულატორის საძებნი პარამეტრები, ხოლო b_0, b_1, b_2, k – ობიექტის ცნობილი პარამეტრები.



სურ. 1

გახსნილი სისტემის გადაცემის ფუნქციას აქვს სახე:

$$W_{op}(p) = W_{Pi}(p).W_{ob}(p) =$$

$$= \frac{(q_0 + q_1 p)k}{p(b_2 p^2 + b_1 p + b_0)}. \qquad (10)$$

შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქციას აქვს სახე:

$$W_{cl}(p) = \frac{W_{op}(p)}{1 + W_{op}(p)} =$$

$$= \frac{(q_0 + q_1 p)k}{p(b_2 p^2 + b_1 p + b_0) + (q_0 + q_1 p)k}\ . \qquad (11)$$

შეკრული სისტემის დიფერენციალური განტოლება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$b_2 y(t)''' + b_1 y(t)'' + (b_0 + q_1 k) y(t)' + kq_0 y(t) =$$

$$= kq_0 g(t) + kq\ \ g(t)', \qquad (12)$$

სადაც $g(t)$ და $y(t)$ შემავალი და გამომავალი სიდიდეებია შესაბამისად.

(12) განტოლების მახასიათებელ განტოლებას აქვს სახე:

$$b_2 p^3 + b_1 p^2 + (b_0 + q_1 k) p + kq_0 = 0. \qquad (13)$$

ვიგულისხმოთ, რომ მახასიათებელ განტოლებას აქვს ერთი უარყოფითი ნამდვილი ფესვი $(-\alpha)$ და წყვილი (შეუღლებული) კომპლექსური ფესვი $p_k = -m\omega + i\omega$ უარყოფითი ნამდვილი ნაწილით. ჩავწეროთ განტოლება (13), როგორც თანამამრავლთა ნამრავლი, გვექნება:

$$b_2 p^3 + b_1 p^2 + (b_0 + q_1 k) p + kq_0 =$$

$$= b_2 (p + \alpha)(p + m\omega + i\omega)(p + m\omega - i\omega)\ . \qquad (14)$$

თანამამრავლთა გადამრავლებისა და მსგავს წევრთა დალაგების შემდეგ გვექნება:

$$\begin{aligned} & b_2 p^3 + b_1 p^2 + (b_0 + q_1 k) p + kq_0 = \\ & = b_2 (p + \alpha)(p + m\omega + i\omega)(p + m\omega - i\omega) = \\ & = b_2 p^3 + b_2 (2m\omega + \alpha) p^2 + \\ & + b_2 (m^2\omega^2 + 2m\omega\alpha + \omega^2) p + \\ & + b_2 (\alpha\, m^2\omega^2 + \omega^2\alpha). \end{aligned} \qquad (15)$$

ამ უკანასკნელი განტოლებიდან პოლინომთა თვისებების თანახმად: ორი პოლინომი ტოლია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ტოლია უცნობთა ტოლი ხარისხის წინ მდგომი კოეფიციენტები, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

$$b_1 = b_2(2m\omega + \alpha)$$
$$b_0 + kq_1 = b_2(m^2\omega^2 + 2m\omega\alpha + \omega^2) \quad . \qquad (16)$$
$$kq_0 = b_2(\alpha\, m^2\omega^2 + \omega^2\alpha).$$

(16) ფორმულებიდან შეგვიძლია გავიგოთ q_0 და q_1 პარამეტრების მნიშვნელობა, გვექნება:

$$\alpha = \frac{b_1}{b_2} - 2m\omega$$
$$q_0 = \frac{1}{k}(m^2+1)(b_1 - 2b_2 m\omega)\omega^2 \qquad (17)$$
$$q_1 = \frac{1}{k}(b_2\omega^2 + 2mb_1\omega - 3b_2 m^2\omega^2 - b_0).$$

(17) სისტემის ორი უკანასკნელი განტოლება იძლევა საშუალებას პარამეტრულ ფორმაში ავაგოთ $q_0 = f(q_1)$ მრუდი (სურ. 2). ამ მრუდს ეწოდება რხევითი პროცესის რხევის კოეფიციენტის ერთნაირი მნიშვნელობის მრუდი. თუ q_0 და q_1 პარამეტრები არჩეული იქნება ამ მრუდის გასწვრივ, მაშინ უზრუნველყოფილი იქნება β -ს მუდმივობა. თუ ჩვენ m-ს მივცემთ სხვადასხვა მნიშვნელობას, მაშინ შეგვიძლია ავაგოთ მრუდების $q_0 = f(q_1)$ ოჯახი ω -ს ნულიდან უსასრულობამდე ცვლილებისას. მაგრამ სისტემის მდგრადობის პირობიდან გამომდინარე, ზღვრული სიხშირეები იქნება სიხშირეები, რომლის დროსაც $q_0 = \max$ და $q_0 = 0$. გამოვითვალოთ ეს სიხშირეები. ამისათვის გავაწარმოოთ (17) სისტემის მეორე განტოლება და გავუტოლოთ ის ნულს, მაშასადამე გაქვს: $\frac{1}{k}(m^2+1)(2b_1\omega - 6b_2 m\omega^2) = 0$, საიდანაც: $\omega = \frac{b_1}{3b_2 m}$.

დავუბრუნდეთ (17) გამოსახულებას და გამოვიკვლიოთ რა ფარგლებში არის საინტერესო ω-ს ცვლილება. რეკომენდაციების თანახმად [1,2] სამუშაო სიხშირე, რომელიც შეესაბამება რეგულატორის q_0 და q_1 პარამეტრების ოპტიმალურ მნიშვნელობას ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმის თვალსაზრისით მეტია $\omega_m = \frac{b_1}{3b_2 m}$ სიხშირეზე, რომელიც შეესაბამება q_0 მაქსიმალურ მნიშვნელობას და $\omega_0 = \frac{b_1}{2b_2 m}$ ნაკლებია სიხშირეზე, რომელიც შეესაბამება შემთხვევას, როდესაც $q_0 = 0$.

მართლაც, თუ გავაწარმოებთ (17) გამოსახულების მეორე განტოლებას ω-ს მიხედვით და გავუტოლებთ ნულს, მივიღებთ:

$$[\frac{1}{k}(m^2+1)(b_1\omega^2 - 2b_2\omega^3 m)]' =$$
$$= 2b_1\omega - 6b_2\omega^2) = \omega(2b_1 - 3b_2 m\omega) = 0.$$

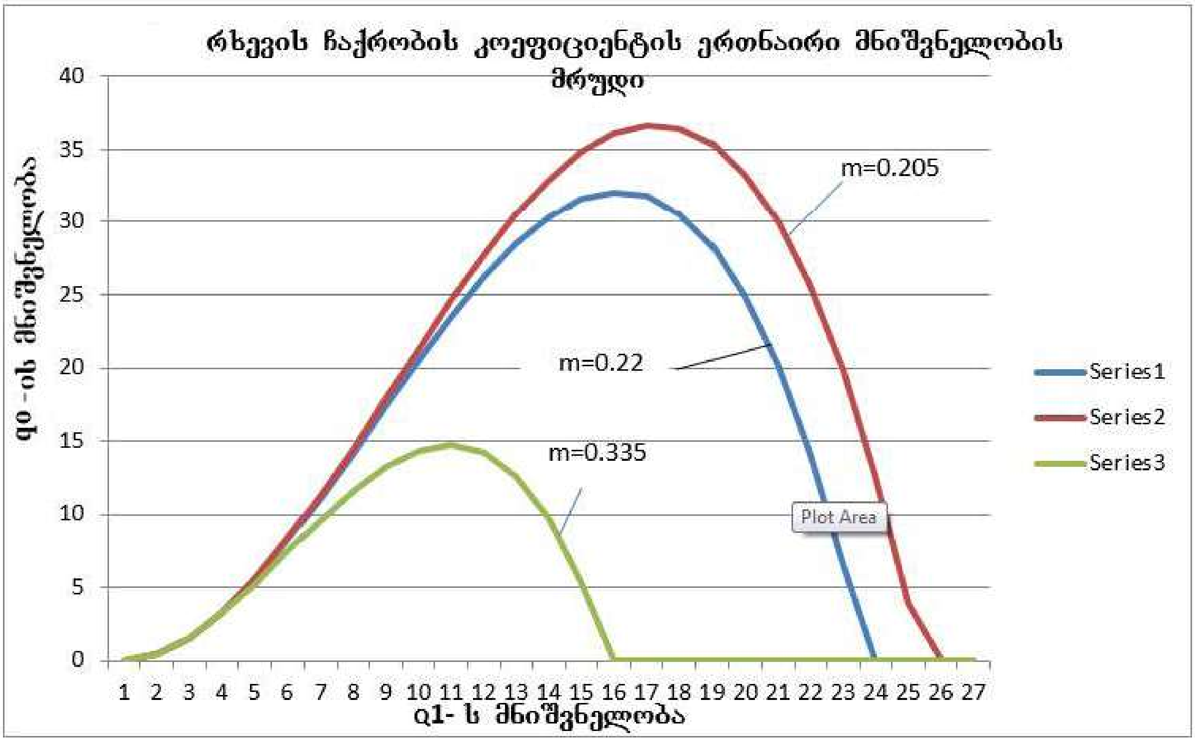
ამ უკანასკნელი გამოსახულებიდან შესაძლებელია გავიგოთ, რომ $\omega = \omega_{\max} = \frac{b_1}{3b_2 m}$, ხოლო (17) განტოლებათა სისტემის მეორე განტოლების 0-თან ტოლობის შემთხვევაში გავიგებთ, რომ $\omega_0 = \frac{b_1}{2b_2 m}$. ყოველივე ამის შემდეგ საჭიროა ავაგოთ $q_0 = f(q_1)$ დამოკიდებულება. ამისათვის ჩავსვათ ω -ს მნიშვნელობა დაწყებული 0-დან $\frac{b_1}{2b_2 m}$ -მდე, ე.ი. მანამ სანამ $q_0 = 0$.

ახლა საჭიროა ავაგოთ $q_0 = f(q_1)$ დამოკიდებულება პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობებისათვის, რომელიც ცნობილი იქნება მოგვიანებით:

$$I_{0\min}^{(\min)} = 8.40432E(-05),\ m = 0.205,\ (\beta = 0.724013),\ \omega = 23.636558,\ q_0 = 0.719565,\ q_1 = 2.300645;$$

$$I_{0\min}^{(Average)} = 0.010936472,\ m = 0.22,\ (\beta = 0.748824),\ \omega = 21.8877,\ q_0 = 0.7421,\ q_1 = 1.983277;$$

$$I_{0\min}^{(\max)} = 0.013782417,\ m = 0.335,\ (\beta = 0.878008),\ \omega = 13.78847,\ q_0 = 0.644297,\ q_1 = 0.833981.$$



სურ. 2

ამოცანის დასმა და ამოხსნის მეთოდი

ზემოთ მოყვანილი ფაქტების შემდეგ ამოცანა შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად:

ვთქვათ, მოცემულია ავტომატური მართვის სისტემა, რომელიც შედგება მიმდევრობით შეერთებული PI რეგულატორისა და $W_{ob}(p)$ ობიექტისაგან, რომელთა გადაცემის ფუნქციები შესაბამისად არის (8) და (9). იმავდროულად მოცემულია შემდეგი შეზღუდვები:

$$\begin{aligned}
&\frac{b_1}{3b_2m} \le \omega \le \frac{b_1}{2b_2m},\\
&\alpha = \frac{b_1}{b_2} - 2m\omega,\\
&q_0 = \frac{1}{k}(m^2+1)(b_1 - 2b_2m\omega)\omega^2 \ge 0, \qquad (18)\\
&q_1 = \frac{1}{k}(b_2\omega^2 + 2mb_1\omega - 3b_2m^2\omega^2 - b_0) \ge 0,\\
&q_0 = f(q_1).
\end{aligned}$$

მოითხოვება ვიპოვოთ ინტეგრალური კვადრატული I_0 კრიტერიუმის მინიმალური მნიშვნელობა და გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის β კოეფიციენტის (ან m-ის) ყველაზე მეტად მიზანშე-

წონილი მნიშვნელობა მოცემული მომენტისათვის. აგრეთვე რეგულატორის პარამეტრების q_0-სა და q_1-ის შესაბამისი მნიშვნელობები, რომლებიც უზრუნველყოფს I_0-ის მინიმალურ და m-ის (ან β-ს) რეკომენდებული მნიშვნელობების მიღებას.

მიზნის ფუნქციად გამოიყენება ინტეგრალური კვადრატული კრიტერიუმი, რომელსაც აქვს სახე:

$$I_0=\int_0^{\infty} y^2(t)dt=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left|Y_{m,n}(i\omega)\right|^2 d\omega \ , \qquad (19)$$

სადაც $Y_{m,n}(p)$ არის შეკრული სისტემის გამოსავალზე გარდამავალი შემადგენლის ამპლიტუდური სპექტრი.

სისტემის გარდამავალი ფუნქციის შემთხვევაში ეს ფუნქცია ასე გამოისახება:

$$y(t)=y_{st}(t)-y(t)\,,$$

ხოლო
$$Y_{m,n}(p)=\frac{W_{cl}(0)-W_{cl}(p)}{p}\,, \qquad (20)$$

სადაც $W_{cl}(p)$ შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქციაა. იმ შემთხვევაში, როდესაც წილად-რაციონალური ფუნქციაა, მაშინ მისი გამოთვლის ფორმულები ცნობილია [3] და თან ერთვის, დანართის სახით, ავტომატური მართვის თეორიისადმი მიძღვნილი წიგნების უმრავლესობას.

ჩვენს შემთხვევაში თუ გამოვიყენებთ (11) ფორმულას, მაშინ $Y_{m,n}(p)$-სათვის გვექნება:

$$\begin{aligned}Y_{m,n}(p)&=\frac{1}{p}[W_{cl}(0)-W_{cl}(p)]=\\&=\frac{1}{p}[1-\frac{(q_0+q_1p)k}{p(b_2p^2+b_1p+b_{0)})+(q_0+q_1p)k}=\\&=\frac{b_2p^2+b_1p+b_0}{b_2p^3+b_1p^2+(b_0+q_1k)p+q_0k}.\end{aligned}$$

სათანადო გარდაქმნის შემდეგ ეს უკანასკნელი ფორმულა საბოლოოდ ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$Y_{m,n}(p)=\frac{bp^2+b_1p+b_0}{c_3p^3+c_2p^2+c_1p+c_0}\ , \qquad (21)$$

სადაც
$$\begin{aligned}c_3&=b_2,\\c_2&=b_1,\\c_1&=b_0+q_1k,\\c_0&=q_0k.\end{aligned} \qquad (22)$$

ამ შემთხვევაში (21) გამოსახულების მრიცხველში მდგომი პოლინომის რიგი არის 2-ის ტოლი, ხოლო მნიშვნელში მდგომი პოლინომის რიგი ტოლია 3-ის, ამიტომ თანახმად [2] მიზნის ფუნქციის გამოსახულებას ექნება სახე:

$$I_0=\frac{b_2^2c_0c_1+(b_1^2-2b_0b_2)c_0c_3+b_0^2c_2c_3}{2c_0c_3(-c_0c_3+c_1c_2)}\ . \qquad (23)$$

გადავიდეთ მაგალითზე, ამისათვის ჩავსვათ რიცხვითი მნიშვნელობები ($b_0=20,\ b_1=1,\ b_2=0.1,\ k=25$) ძირითად ფორმულებში და გამოვითვალოთ I_0-ის მინიმალური მნიშვნელობები m-ის თითოეული ფიქსირებული მნიშვნელობისათვის და ომეგას ცვლილებისას ზემოთ მოყვანილ შუალედებში და აგრეთვე შესაბამისი საპროექტო პარამეტრებიც, როგორიცაა q_0 და q_1 . ალგორითმი მუშაობს შემდეგნაირად:

1. მუშაობის დასაწყისშივე განისაზღვრება ყველა საწყისი მონაცემი. აქ იგულისხმება არა მარტო ის მონაცემები, რომლებსაც ითვალისწინებს პროექტი, არამედ ისიც, რომლებიც საჭიროა კომპიუტერული გამოთვლების ჩასატარებლად, მაგალითად სტატისტიკური ცდების s რაოდენობა, შეზღუდვათა M და N ცვლადების რაოდენობა. საწყის მომენტში მიზნის

ფუნქციის მნიშვნელობის შესადარებელი თეორიულად შესაძლო დიდი რიცხვის $I_{0\,\min}$ სიდიდე.

2. სტატისტიკური ცდების ჩატარების პროცესის დაწყება, რომლის დროსაც შემთხვევითი რიცხვების გენერატორის მიერ გამომუშავდება რიცხვები, რომლებიც შემდეგ შესაბამისი ალგორითმის საშუალებით და შეზღუდვათა გათვალისწინებით ფორმირდება, როგორც საპროექტო პარამეტრების მიმდინარე მნიშვნელობები.

3. წინასწარ მოცემული პირობის შესაბამისად მოწმდება ყველა შეზღუდვა. თუ შეზღუდვებზე დადებული ყველა პირობა ერთდროულად შესრულდება, მაშინ მართვა გადაეცემა მოდევნო მე-4 ეტაპის შესრულებას, წინააღმდეგ შემთხვევაში, მართვა გადაეცემა მე-2 ეტაპის შესრულებას და აირჩევა საპროექტო პარამეტრების ახალი მნიშვნელობები.

4. გამოითვლება მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა და შედარდება წინასწარ მოცემულ დიდ რიცხვს. თუ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა ნაკლები იქნება ამ რიცხვზე, მაშინ ამ რიცხვს მიენიჭება მიზნის ფუნქციის გამოთვლილი მნიშვნელობა და შეინახება სათანადო პარამეტრებთან ერთად, შემდეგი გამოთვლებისათვის. წინააღმდეგ შემთხვევაში, მართვა გადაეცემა მე-2 ეტაპის შესრულებას და გაგრძელდება ციკლური პროცესი შემთხვევითი რიცხვების ახალი მნიშვნელობებისათვის. ეს ციკლური გამოთვლები გაგრძელდება მანამ, სანამ არ ჩატარდება ყველა s ცდა. შედეგად მივიღებთ მიზნის ფუნქციის მინიმალურ მნიშვნელობას და რეგულატორის პარამეტრების იმ მნიშვნელობებს, რომლებიც უზრუნველყოფს მიზნის ფუნქციის ოპტიმალურ მნიშვნელობას.

5. შენიშვნა. განიხილება ორი შემთხვევა: პირველი, როდესაც m იქნება ფიქსირებული (ე.ი. m-ს ექნება მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა), მაშინ გამოითვლება არა მარტო I_0-ის ოპტიმალური მნიშვნელობა, არამედ ოპტიმალურთან ახლოს მდგომი სხვა მნიშვნელობებიც და ყველა სხვა საჭირო (მაგალითად, $\omega, q_0, q_1, m, \psi$) პარამეტრებიც, იხილეთ მე-2 ცხრილი.

ცხრილი 2

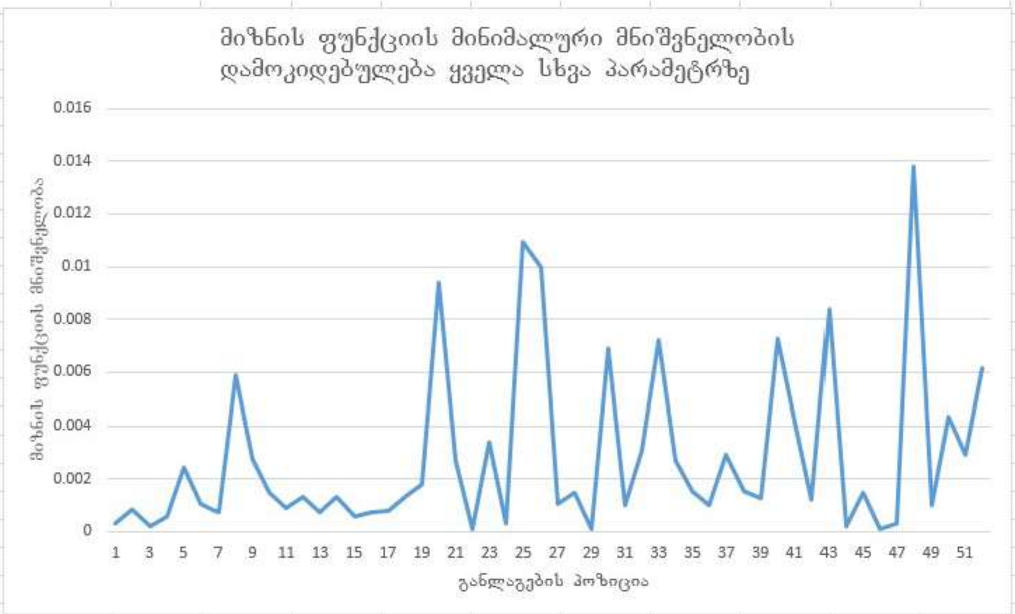
I_0	ω	q_0	q_1	m	β
7.584121789E-02	13.460435341	0.7911609485	0.801473368	0.335	0.761598726
9.892724455E-03	13.804677069	0.6366017043	0.835602362	0.335	0.761598726
3.330686415E-03	13.856777163	0.6115971389	0.840822486	0.335	0.761598726
1.734377745E-03	13.850722695	0.6145247229	0.840215124	0.335	0.761598726
6.696982415E-04	13.841486051	0.6189804412	0.839288913	0.335	0.761598726

მეორე შემთხვევა, როდესაც განიხილება ω-ს ცვლილება დასაშვებ არეში და თითოეული ω-სათვის გამოითვლება I_0-ის მხოლოდ ოპტიმალური მნიშვნელობები შესაბამისი პარამეტრებით, ყველა ეს შედეგი მოცემულია ქვემოთ მოყვანილ მე-3 ცხრილში და შესაბამისად აგებულია სურ. 3. ამავე ცხრილის მიხედვით.

მაგალითად, I_0 (1) მნიშვნელობა შეესაბამება m(1)-ის პირველ მნიშვნელობას, $I_0(2)$ მეორე მნიშვნელობა შეესაბამება m(2)-ის მეორე მნიშვნელობას,

ხოლო $I_0(3)$ მესამე მნიშვნელობა m(3)-ის მესამე მნიშვნელობას და ა.შ.

მე-2 სურ-ზე მოცემული გრაფიკი აგებულია რხევის ჩაქრობის m კოეფიციენტის სხვადასხვა, მაგრამ ფიქსირებული მნიშვნელობებისათვის (ცხრილი 3, პოზიცია 22,25 და 48).



სურ. 3

შესაბამისად მე-3 ცხრილის მეორე სვეტში მივიღებთ $I_0(n)$ -ის მასივს, ხოლო ცხრილის ბოლოს წინა სვეტში m(n) მასივს, მე-3 ცხრილის ბოლო სვეტში კი $\beta(n)$ -ის მასივს. ამასთან ერთად უნდა აღინიშნოს, რომ I_0 -თან ერთად ცხრილის იმავე სტრიქონში, გარდა ზემოთ აღნიშნული პარამეტრებისა, იბეჭდება ω, q_0, q_2 მნიშვნელობები, რომლებიც I_0 მიზნის ფუნქციას ანიჭებენ მინიმალურ მნიშვნელობას m-ის ფიქსირებული მნიშვნელობის დროს.

ყოველივე ამის შემდეგ შედეგები გადაეცემა VBA პროგრამის Excel-ის ფაილს და ფორმირდება მე-3 ცხრილის სახით. Excel-ის პროგრამის შესაბამისი ფუნქციის, კერძოდ, MIN(MAX) ფუნქციების გამოყენებით აღნიშნული ცხრილის პირველ სვეტში ვიპოვით I_0 -ის მინიმალურ მნიშვნელობებს შორის ყველაზე მინიმალურს (ანუ გლობალურს, რომელიც არის განთავსებული მოცემული ცხრილის მეორე სვეტის ბოლო უჯრედში) და მის შესაბამის სხვა პარამეტრებს. საჭიროების შემთხვევაში ასეთივე წესით შეგვიძლია ვიპოვოთ I_0 -ის მინიმალურ მნიშვნელობებს შორის I_0 -ის ყველაზე მაქსიმალური (გლობალური) მნიშვნელობა, ცხადია ყველა მათი თანმხლები სხვა პარამეტრებიც.

ამრიგად, კონსტრუქტორს ექნება საშუალება იპოვოს არა მარტო რეგულატორის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობები I_0 კრიტერიუმის

მიხედვით, არამედ ასევე იპოვოს ჩაქრობის კოეფიციენტის სასურველი მნიშვნელობაც. მე-3 ცხრილის და შესაბამისი მე-2 სურ-ის სახით დამპროექტებელს აქვს ინსტრუმენტი, რომლითაც შეუძლია აირჩიოს ნებისმიერი რხევის ჩაქრობის β კოეფიციენტის მიხედვით საპროექტო პარამეტრების q_0 და q_1 მნიშვნელობები, ხოლო შემოწმების მიზნით ააგოს შესაბამისი გარდამავალი პროცესი (სურ. 4.) სპეციალური პროგრამის საშუალებით, რომელიც მოცემულია დანართში. მაგრამ სანამ გარდამავალ პროცესს ავაგებდეთ საჭიროა გარდამავალი პროცესის ასაგებად მოცემული მაგალითისათვის გამოვიყვანოთ შესაბამისი ფორმულები.

ცხრილი 3

№№	I_0	ω	q_0	q_1	m	β
1	0.000327069	48.11	3.534627	9.32542	0.1	0.466342
2	0.000834774	46.17784	2.609959	8.595352	0.105	0.482838
3	0.00022522	44.32501	1.976537	7.923609	0.11	0.498825
4	0.000567988	42.48404	1.672732	7.283993	0.115	0.514317
5	0.002418327	40.7114	1.541836	6.694099	0.12	0.529331
6	0.00104409	39.15429	1.316784	6.196328	0.125	0.54388
7	0.000729015	37.66684	1.192422	5.739169	0.13	0.55798
8	0.005882586	36.3661	0.97576	5.353497	0.135	0.571644
9	0.002769024	34.94147	1.077471	4.947813	0.14	0.584885
10	0.001472994	33.74409	0.996187	4.6188	0.145	0.597717
11	0.000923049	32.63047	0.918246	4.323075	0.15	0.610153
12	0.001344304	31.53717	0.910442	4.042691	0.155	0.622204
13	0.000727617	30.55056	0.856991	3.797673	0.16	0.633882
14	0.001300217	29.58625	0.850755	3.565948	0.165	0.6452
15	0.000575964	28.69928	0.821169	3.359263	0.17	0.656167
16	0.000716428	27.85467	0.802414	3.168359	0.175	0.666796
17	0.00080005	27.06673	0.774431	2.995354	0.18	0.677096
18	0.001346505	26.29614	0.773586	2.831138	0.185	0.687078
19	0.001805518	25.59772	0.740998	2.686206	0.19	0.696751
20	0.009417903	24.84586	0.794875	2.535181	0.195	0.706125
21	0.002707012	24.24008	0.742996	2.416129	0.2	0.715209
22	8.40432E-05	23.63658	0.719565	2.300645	0.205	0.724013

ISSN 1512-0996
www.shromebi.gtu.ge

გაგრძელება

23	0.003377463	23.0643	0.695371	2.193814	0.21	0.732544
24	0.000301596	22.48215	0.703692	2.08811	0.215	0.740812
25	0.010936472	21.88777	0.7421	1.983277	0.22	0.748824
26	0.010002039	21.4748	0.651849	1.911055	0.225	0.756588
27	0.001041293	20.94042	0.678525	1.820948	0.23	0.764112
28	0.001486104	20.46865	0.671524	1.743025	0.235	0.771404
29	8.87519E-05	20.00764	0.67117	1.668678	0.24	0.778471
30	0.006920061	19.53897	0.689432	1.595059	0.245	0.785319
31	0.000995069	19.14599	0.665239	1.534269	0.25	0.791955
32	0.00305399	18.7588	0.649129	1.475668	0.255	0.798386
33	0.00720793	18.38583	0.634255	1.420363	0.26	0.804618
34	0.002685301	17.96988	0.657963	1.360505	0.265	0.810658
35	0.001508556	17.61272	0.651173	1.309897	0.27	0.816511
36	0.000988335	17.27325	0.641488	1.262706	0.275	0.822183
37	0.002890809	16.94291	0.633959	1.217702	0.28	0.82768
38	0.001516707	16.59876	0.641916	1.171979	0.285	0.833006
39	0.001290848	16.28373	0.63866	1.130823	0.29	0.838169
40	0.007284536	16.01083	0.617068	1.095539	0.295	0.843171
41	0.004165458	15.70269	0.621803	1.056862	0.3	0.848019
42	0.001222366	15.39467	0.631287	1.019055	0.305	0.852717
43	0.008400314	15.08735	0.644561	0.982178	0.31	0.85727
44	0.000206247	14.84976	0.625042	0.953708	0.315	0.861682
45	0.001454413	14.58244	0.625665	0.922599	0.32	0.865958
46	0.000108136	14.33265	0.621209	0.893972	0.325	0.870101
47	0.000287527	14.08628	0.618779	0.866271	0.33	0.874117
48	0.013782417	13.78847	0.644293	0.833981	0.335	0.878008
49	0.001011575	13.61335	0.614385	0.814496	0.34	0.881779
50	0.004355172	13.36397	0.622632	0.78814	0.345	0.885434
51	0.002929381	13.14708	0.618567	0.765418	0.35	0.888975
52	0.006169637	12.91724	0.622842	0.741935	0.355	0.892407
Iomin= =I_{0max}	0.013782417					
Iomin==I_{0Min}	8.40432E-05					

გარდამავალი პროცესის აგება

დამოკიდებულება შეკრული ამს გარდამავალ პროცესსა და მის რეალურ სიხშირულ მახასიათებელს შორის ჩაიწერება ცნობილი ფორმულით:

$$y(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{U(\omega)}{\omega} Sin(\omega t)\,. \tag{24}$$

რეალური სიხშირული მახასიათებლის $-U(\omega)$-ს გამოსათვლელლად საჭიროა შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქცია (10)-ში p -ს მაგივრად ჩავსვათ $p = j\omega$, იმავდროულად გავითვალისწინოთ, რომ $j^2 = -1$, შემდეგ კი დავალაგოთ წარმოსახვითი და ნამდვილი ნაწილები ცალ-ცალკე. შესაბამისად მივიღებთ:

$$W_{cl}(j\omega) = \frac{(q_0 + jq_1\omega)k}{j\omega(-b_2\omega^2 + jb_1\omega + b_0) + (q_0 + jq_1\omega)k} = \frac{(q_0 + jq_1\omega)k}{-jb_2\omega^3 - b_1\omega^2 + jb_0\omega + q_0k + jq_1k\omega} =$$

$$= \frac{(q_0 + jq_1k)}{(q_0k - b_1\omega^2) - j[b_2\omega^3 + 9b_0 + q_1k)\omega]}. \tag{25}$$

მნიშვნელში კომპლექსური რიცხვის მოსპობის მიზნით (25) გამოსახულების მრიცხველი და მნიშვნელი გავამრავლოთ მნიშვნელის შეუღლებულ რიცხვზე,

ე.ი. $(q_0k - b_1\omega^2) + j[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1\omega)]$, შესაბამისად მივიღებთ:

$$W_{cl}(j\omega) = \frac{k(q_0 + jq_1\omega)\{q_0k - b_1\omega^2) + j[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1)\omega]\}}{(q_0k - b_1\omega^2)^2 + [b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1\omega]^2}\;. \tag{26}$$

ჩაწერის შემდგომი გამარტივების მიზნით (26) გამოსახულების მრიცხველი აღვნიშნოთ A-თი, ხოლო მნიშვნელი – B-თი.

განვიხილოთ (26) გამოსახულების მხოლოდ მრიცხველი

$$A = k\{q_0(q_0k - b_1\omega^2) + jq_0[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1)\omega] + jq_1\omega(q_0k - b_1\omega^2) - q_1\omega[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1\omega]\} \tag{27}$$

წევრების ერთმანეთზე გადამრავლების და რეალური და წარმოსახვითი ნაწილის ცალ-ცალკე წარმოდგენის შემდეგ გვექნება:

$$A = k\{q_0(q_0k - b_1\omega^2) - q_1\omega[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1\omega]\} + jk\{q_0[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1)\omega + q_1\omega(q_0k - b_1\omega^2)\}\,, \tag{28}$$

ხოლო B -სათვის გვექნება:

$$B = (q_0k - b_1\omega^2)^2 + [b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1)\omega]^2 \tag{29}$$

შესაბამისად

$$W_{cl}(j\omega) = \frac{A}{B} = \frac{kq_0(q_0k - b_1\omega^2) - kq_1\omega[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_1)\omega]}{B} +$$

$$+ j\frac{q_0k[b_2\omega^3 + (b_0 + kq_{1)})\omega + q_1\omega(q_0k - b_1\omega^2]}{B}, \tag{30}$$

სადაც $U(\omega)$ არის შეკრული სისტემის რეალური სიხშირული მახასიათებელი და ტოლია:

$$U(\omega)=\frac{kq_0(q_0k-b_1\omega^2)-kq_1\omega[b_2\omega^3+(b_0+kq_1)\omega]}{B}, \tag{31}$$

ხოლო $V(\omega)$ არის შეკრული სისტემის წარმოსახვითი სიხშირული მახასიათებელი

$$V(\omega)=j\frac{[b_2\omega^3+(b_0+kq_{1)})\omega+q_1\omega(q_0k-b_1\omega^2]}{B} . \tag{32}$$

მას შემდეგ, რაც გვეცოდინება $U(\omega)$-ს მნიშვნელობა (24) ფორმულის გამოყენებით შესაძლებელია გარდამავალი პროცესის გაანგარიშება და აგება. გარდამავალი პროცესის გამოთვლა შესაძლებელია ინტეგრალის გამოთვლის ტრაპეციის ან მართკუთხედის მეთოდის გამოყენებით. ორივე მეთოდი ბიჯის სათანადო შერჩევის შემთხვევაში იძლევა თითქმის ერთნაირ შედეგებს, რაც ინჟინრული თვალსაზრისით მისაღებია. მართკუთხედის მეთოდის გამოყენებით (24) ფორმულა შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$y(t_1)=\frac{2}{\pi}\Delta\omega[\frac{U(\omega_1)}{\omega_1}Sin(t_1\omega_1)+\frac{U(\omega_2)}{\omega_2}Sin(t_1\omega_2)+,\ .\ .\ .\ ,+\frac{U(\omega_{l-l})}{\omega_{l-1}}Sin(t_1\omega_{l-1})+\frac{U(\omega_l)}{\omega_l}Sin(t_1\omega_l)]=$$

$$=\frac{2}{\pi}\Delta\omega\{\sum_{i=1}^{l}\frac{U(\omega_i)}{\omega_i}Sin(t_1\omega_i)\}. \tag{33}$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\frac{U(\omega)}{\omega}Sin(\omega t)=z, \tag{34}$$

მაშინ (33) გამოსახულება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$y(t_i)=\frac{2}{\pi}\Delta\omega[\sum_{i=1}^{l}z_{ij},\ \ j=1,2,...,M, \tag{35}$$

სადაც M დისკრეტიზაციის რიცხვია, ხოლო l – ინტეგრირების ზღვარი.

მე-4 სურ. აგებულია მე-4 ცხრილის მიხედვით.

1, 2 და 3 მრუდები შეესაბამება სისტემის გარდამავალ პროცესს, რომლთა შესაბამისი რეგულატორის პარამეტრები შესაბამისად არის:

(პოზიცია 22) $I_{0\,\min}^{(\min)}=8.40432E-05,\ m=0.205,\ (\psi=0.724013),\ \omega=23.636558,\ q_0=0.719565,\ q_1=2.300645;$

(პოზიცია 25)

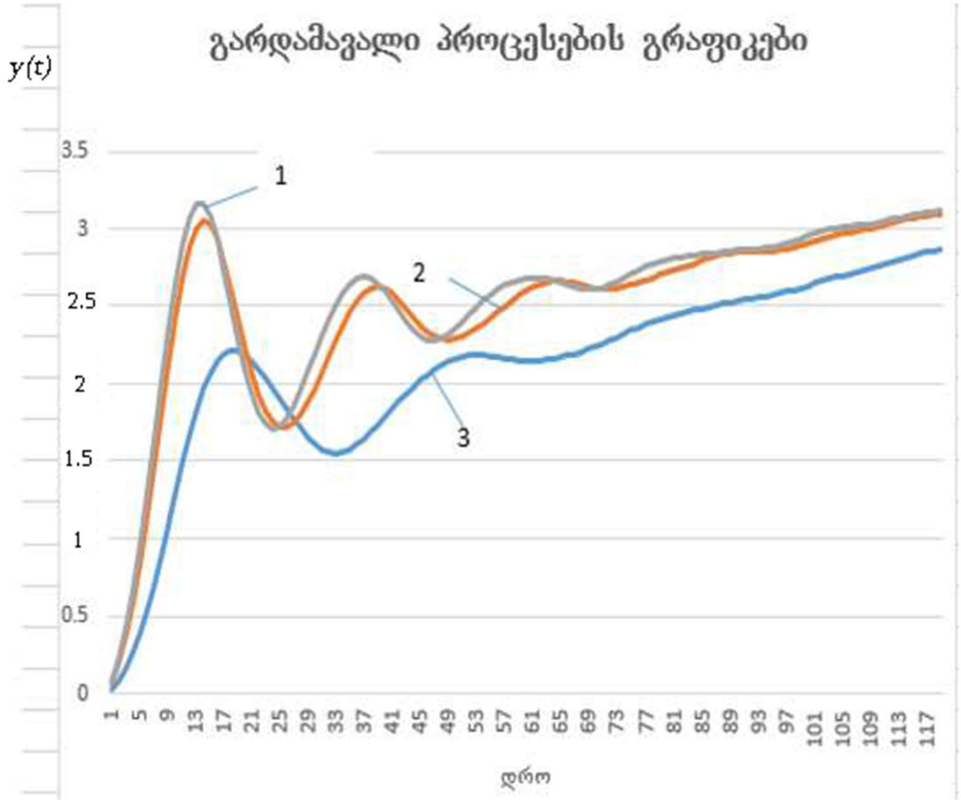
$$I_{0\,\min}^{(Average)}=0.010936472,\ m=0.22,\ (\psi=0.748824),\ \omega=21.8877,\ q_0=0.7421,\ q_1=1.983277;$$

(პოზიცია 48)

$$I_{0\,\min}^{(\max)}=0.011378417,\ m=0.335,\ (\psi=0.878008),\ \omega=13.78847,\ q_0=0.644297,\ q_1=0.833981.$$

ეს პარამეტრები აღებულია მე-3 სურ-დან და მე-3 ცხრილის შესაბამისი პოზიციებიდან 22,25 და 48.

გარდამავალი პროცესის გრაფიკების ნომრები შეესაბამება მე-4 ცხრილის შესაბამისი სვეტების ნომრებს.



სურ. 4

ცხრილი 4

t	IominMax(3)	IominAve. (2)	IominMin (1)
0.01	0.031539086	0.073456233	0.085662666
0.02	0.086815029	0.200156338	0.232658391
0.03	0.163946441	0.372354432	0.430746728
0.04	0.26379048	0.587820617	0.675905072
0.05	0.387603327	0.844739048	0.96457128
0.06	0.535442442	1.138320231	1.289863455
0.07	0.705256866	1.459061774	1.639709772
0.08	0.89260617	1.792538875	1.99674954
0.09	1.090915308	2.120490809	2.339724476
0.1	1.292132	2.422845117	2.645928874
0.11	1.487621579	2.680229587	2.89417791
0.12	1.669123059	2.876490509	3.067718977
0.13	1.829603135	3.000775683	3.156562775
0.14	1.963881295	3.0488478	3.15884397
0.15	2.068952092	3.023446692	3.081010264

გაგრძელება

0.16	2.143990801	2.933692646	2.936850261
0.17	2.190084204	2.793683799	2.745565668
0.18	2.209770524	2.620561789	2.529239831
0.19	2.206495133	2.432383501	2.310128183
0.2	2.184087319	2.246134315	2.108189487
0.21	2.146343939	2.076157462	1.939197186
0.22	2.096770086	1.933169978	1.813638355
0.23	2.038486853	1.823913471	1.736452627
0.24	1.974278765	1.751371315	1.707516601
0.25	1.906726	1.715396378	1.722667206
0.26	1.838355248	1.713547328	1.774999064
0.27	1.771747528	1.741933416	1.856170156
0.28	1.709559663	1.795909457	1.957501533
0.29	1.65444389	1.87053247	2.070743431
0.3	1.60887803	1.960769911	2.188478012
0.31	1.574943803	2.061517063	2.30421855
0.32	1.554104048	2.16752626	2.412323476
0.33	1.547031036	2.273361179	2.507864586
0.34	1.553527263	2.373469429	2.58657028
0.35	1.572559061	2.462421245	2.644914801
0.36	1.602400011	2.535304669	2.680359835
0.37	1.640857322	2.588214944	2.691691737
0.38	1.685538611	2.618738072	2.679354393
0.39	1.734110598	2.626317144	2.645661188
0.4	1.784505184	2.612406506	2.594787998
0.41	1.835042966	2.580358943	2.532492818
0.42	1.884463968	2.535044292	2.465568678
0.43	1.931875406	2.48225382	2.401098283
0.44	1.976643871	2.427987725	2.345627066
0.45	2.018268769	2.377746319	2.304394525
0.46	2.056273967	2.335942478	2.280756807
0.47	2.090146929	2.305525338	2.275897746
0.48	2.119339477	2.287860847	2.288869858
0.49	2.143327514	2.282861987	2.316942751
0.5	2.161711392	2.289314619	2.356179821
0.51	2.174327894	2.30531099	2.402124681

გაგრძელება

0.52	2.181342331	2.32869175	2.450467059
0.53	2.183293426	2.357406811	2.497572284
0.54	2.18107586	2.389735325	2.540797405
0.55	2.175859319	2.424344304	2.578568134
0.56	2.168958334	2.46020727	2.610243928
0.57	2.161678032	2.496436342	2.635841056
0.58	2.155166865	2.532098073	2.655705537
0.59	2.150303725	2.566081807	2.670228308
0.6	2.147640826	2.597069515	2.679672311
0.61	2.147408764	2.623625749	2.684143524
0.62	2.149577884	2.644390375	2.683696409
0.63	2.153956929	2.658328645	2.678526128
0.64	2.160303489	2.664974045	2.669177204
0.65	2.168419713	2.664599554	2.65669496
0.66	2.178211638	2.658266783	2.642660957
0.67	2.189700665	2.647731264	2.629085361
0.68	2.202988484	2.635214134	2.618166801
0.69	2.218187662	2.623082271	2.611964911
0.7	2.235338326	2.613499578	2.612056202
0.71	2.254334697	2.60811879	2.619250156
0.72	2.274881907	2.607874691	2.633431642
0.73	2.296496055	2.612915767	2.653568576
0.74	2.318549065	2.622682122	2.677886961
0.75	2.34034987	2.636104696	2.70417928
0.76	2.361243849	2.651876411	2.730182522
0.77	2.380708623	2.668733102	2.753948317
0.78	2.398425205	2.68568308	2.774130846
0.79	2.414309054	2.702139756	2.790138452
0.8	2.428495449	2.717937404	2.802125742
0.81	2.441284034	2.733237561	2.810839933
0.82	2.453055728	2.748360592	2.817365076
0.83	2.464182733	2.763591399	2.822829263
0.84	2.474951498	2.779013514	2.828143529
0.85	2.485515246	2.794414996	2.833830075
0.86	2.495886131	2.80929033	2.83997275
0.87	2.505965457	2.822937282	2.846291525

გაგრძელება

0.88	2.51560297	2.834623013	2.852312608
0.89	2.524668752	2.843776612	2.857583721
0.9	2.53311874	2.850158532	2.861874973
0.91	2.541037105	2.853962491	2.865311126
0.92	2.5486448	2.85582252	2.868400485
0.93	2.556271878	2.856720453	2.871952357
0.94	2.564300226	2.857812393	2.876903322
0.95	2.573090268	2.860213608	2.884095542
0.96	2.582909373	2.864789247	2.894062962
0.97	2.59387874	2.871998185	2.906878346
0.98	2.605951207	2.881823899	2.922101238
0.99	2.618925094	2.89380664	2.938840801
1	2.6324904	2.90716693	2.955921176
1.01	2.646296358	2.920990191	2.972112899
1.02	2.66002451	2.934429249	2.986377183
1.03	2.673450572	2.946878076	2.998068044
1.04	2.686480949	2.958078436	3.00704768
1.05	2.6991568	2.968138508	3.013689608
1.06	2.711625671	2.977462106	3.018771855
1.07	2.724088582	2.986611325	3.023287147
1.08	2.736736835	2.996137177	3.028215002
1.09	2.74969282	3.006421524	3.034309707
1.1	2.762971336	3.017569488	3.041951088
1.11	2.776468387	3.029376857	3.051091357
1.12	2.789981685	3.041380151	3.061305423
1.13	2.803255932	3.052974658	3.071929199
1.14	2.816043087	3.063570886	3.082248968
1.15	2.828161364	3.07275007	3.091694632
1.16	2.83953998	3.080379852	3.09998897
1.17	2.850238332	3.086662243	3.107217766
1.18	2.860434718	3.092101255	3.113805212
1.19	2.870388309	3.097397697	3.120402124
	2.870388309	3.097397697	3.15884397

დასკვნა

სტატიაში განხილულია PI რეგულატორის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობის გაანგარიშების ამოცანა კვადრატული ინტეგრალური კრიტერიუმის მიხედვით და გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის კოეფიციენტის სასურველი მნიშვნელობის გათვალისწინებით. ამოცანა წარმოდგენილია როგორც მათემატიკური დაპროგრამების არაწრფივი ამოცანა.

მიზნის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოსანახად გამოყენებულია სტოქასტიკური მეთოდი, კერძოდ, შემთხვევითი ძებნის მეთოდი. PI რეგულატორის საანგარიშო ფორმულების გამოსაყვანად გამოყენებულია გაფართოებული ამპლიტუდურ-ფაზური სიხშირული მახასიათებელი.

ნაშრომში არის მცდელობა დამპროექტებელს მიეწოდოს ეფექტური ინსტრუმენტი, რათა იანგარიშოს რეგულატორის ოპტიმალური პარამეტრები გარდამავალი პროცესის რხევის ჩაქრობის კოეფიციენტის სასურველი მნიშვნელობის გათვალისწინებით. ნაშრომში მოყვანილი სურათები და ცხრილები აადვილებს პარამეტრების შერჩევის შესაძლებლობებს. კომპიუტერული პროგრამების შესაქმნელად გამოყენებულია პროგრამული საშუალება VBA.

დანართი 1

PI რეგულატორის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების პროგრამა (მე-2 ცხრილის ფორმირება)

```
Private Sub Command1_Click()
Dim c0, c1, c2, c3, b0, b1, b2, q0, q1, m, Imin, I0, q00, q11 As Single
Dim II, k1, i, MM, LL, s As Integer
Dim x(1), xx, xm(2), B, A, AA(1), BB(1), g(2), Om1, Om2 As Single
b2 = 0.1
b1 = 1
b0 = 20
k = 25
c3 = b2
c2 = b1
m = 0.335
s = 250
N = 1
MM = 2
Imin = 300
Om1 = b1 / (3 * b2 * m)
Om2 = b1 / (2 * b2 * m)
Print "Om1= "; Om1; "Om2= "; Om2
AA(1) = Om1
BB(1) = Om2
For j = 1 To s
x(1) = AA(1) + (BB(1) - AA(1)) * Rnd
g(1) = x(1) - Om1
g(2) = Om2 - x(1)
```

```
II = 0
For k1 = 1 To MM
If g(k1) >= 0 Then II = II + 1
Next k1
If II = MM Then
q0 = ((m ^ 2 + 1) * (b1 - 2 * b2 * m * x(1)) * x(1) ^ 2) / k
q1 = ((b2 * x(1) ^ 2 + 2 * m * b1 * x(1) - 3 * b2 * m ^ 2 * x(1) ^ 2 - 1)) / k
c1 = b0 + q1 * k
c0 = q0 * k
B = b2 ^ 2 * c0 * c1 + (b1 ^ 2 - 2 * b0 * b2) * c0 + b0 ^ 2 * c2 * c3
A = 2 * c0 * c3 * (-c0 * c3 + c1 * c2)
I0 = B / A
I0 = Abs(I0)
If I0 <Imin Then
Imin = I0
xm(1) = x(1)
Fi = 1 - Exp(-2 * 2.14 * m)
Print " I0="; Imin; " Om="; x(1); " q0="; q0; " q1="; q1; " m= "; m; " Fi= "; Fi
Else
End If
End If
Next j
End Sub
```

დანართი 2

PI რეგულატორის პარამეტრების მხოლოდ ოპტიმალური მნიშვნელობის გაანგარიშება (მე-3 ცხრილის ფორმირება)

```
Private Sub CommandButton1_Click()
Dim c0, c1, c2, c3, b0, b1, b2, q0, q1, m, Imin, I0, q00, q11 As Single
Dim II, k1, i, MM, LL, s As Integer
Dim x(1), xx, xm(2), B, A, AA(1), BB(1), g(2), Om1, Om2 As Single
b2 = 0.1
b1 = 1
b0 = 20
k = 25
c3 = b2
c2 = b1
ik = 0
For m = 0.1 To 0.36 Step 0.005
s = 250
N = 1
MM = 2
Imin = 300
Om1 = b1 / (3 * b2 * m)
Om2 = b1 / (2 * b2 * m)
AA(1) = Om1
```

```
BB(1) = Om2
For j = 1 To s
' Randomize
 x(1) = AA(1) + (BB(1) - AA(1)) * Rnd
 g(1) = x(1) - Om1
 g(2) = Om2 - x(1)
 II = 0
 For k1 = 1 To MM
 If g(k1) >= 0 Then II = II + 1
 Next k1
 If II = MM Then
 q0 = ((m ^ 2 + 1) * (b1 - 2 * b2 * m * x(1)) * x(1) ^ 2) / k
q1 = ((b2 * x(1) ^ 2 + 2 * m * b1 * x(1) - 3 * b2 * m ^ 2 * x(1) ^ 2 - 1)) / k
c1 = b0 + q1 * k
c0 = q0 * k
 B = b2 ^ 2 * c0 * c1 + (b1 ^ 2 - 2 * b0 * b2) * c0 + b0 ^ 2 * c2 * c3
 A = 2 * c0 * c3 * (-c0 * c3 + c1 * c2)
 I0 = B / A
 I0 = Abs(I0)
 If I0 < Imin Then
 Imin = I0
' For i = 1 To N
 xm(1) = x(1)
 Fi = 1 - Exp(-2 * 3.14 * m)
 Cells(1 + ik, 2).Value = Imin
 Cells(1 + ik, 3).Value = x(1)
 Cells(1 + ik, 4).Value = q0
 Cells(1 + ik, 5).Value = q1
 Cells(1 + ik, 6).Value = m
 Cells(1 + ik, 7).Value = Fi
Else
 End If
 End If
 Next j
 ik = ik + 1
 Next m
End Sub
```

დანართი 3

PI რეგულატორის გარდამავალი პროცესის და $U(\omega)$ ფუნქციის აგების პროგრამა

Private Sub CommandButton1_Click()

```
Dim q0, q1, k, b0, b1, b2, delta, y, t, Om, A, B, U, x As Single
Dim i, ii As Integer
q0 = 0.719565
```

```
q1 = 2.300645
k = 25
b0 = 20
b1 = 1
b2 = 0.1
delta = 1
ii = 0
For Om = 3 To 50 Step 1
ii = ii + 1
A = q0 * k * (q0 * k - b1 * Om ^ 2) - q1 * k * Om * (b2 * Om ^ 3 - (b0 + q1 * k) * Om)
B = (q0 * k - b1 * Om ^ 2) ^ 2 + (b2 * Om ^ 3 - (b0 + q1 * k) * Om) ^ 2
U = A / B
Cells(1+ii,4).Value=Om
Cells(1 + ii, 5).Value = U
Next Om
y = 0
i = 0
For t = 0.01 To 1.2 Step 0.01
i = i + 1
For Om = 0.1 To 50 Step 1
A = q0 * k * (q0 * k - b1 * Om ^ 2) - q1 * k * Om * (b2 * Om ^ 3 - (b0 + q1 * k) * Om)
B = (q0 * k - b1 * Om ^ 2) ^ 2 + (b2 * Om ^ 3 - (b0 + q1 * k) * Om) ^ 2
U = A / B
x = U / Om * Sin(Om * t)
y = y + x
Next Om
y = 2 / 3.14 * delta * y
Cells(1 + i, 2).Value = t
Cells(1 + i, 3).Value = y
Next t
End Sub
```

ლიტერატურა

1. E. Stephani. Basics of calculating the setting of regulators of heat and power processes (Edition 2), 2014. (In Russian);
2. O. Prokhorova, S. Neklyudov. Application of nonlinear programming problems in the simulation of ACS with real objects. Technical sciences, 2016. (In Russian);
3. S. Novikov. Optimization of automatic control systems of heat and power equipment Part 1. Methods for determining the optimal parameters of settings of control devices. Tutorial. - Novosibirsk, NSTU, 2006 . 108 p. (In Russian);
4. E. Dudnikov. Bases of automatic regulation of thermal processes. \"Gosenergoizdat\", 1956. (In Russian);
5. Theory of automatic control. Ed. A.V. Has not extinguished. Textbook for universities. Ed. 2nd rev. M. 1956. (In Russian).

UDC 62-52
SCOPUS CODE **1701**
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-1-75-97

Determination of the Optimal Values of the Parameters of the PI Controller by Minimum Integral Quadratic Criterion Taking Into Account the Values Transient Damping Coefficient

Badri Gvasalia Department of Computer-Aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68[B] M. Kostava srt.
E-mail: Gvasaliabadri01@gtu.ge

Reviewers:
K. Odisharia, Associate Professor, Faculty of Informatics and Control Systems, GTU
E-mail: O_korneli@yahoo.com
E. Abramidze, Associate Professor, Faculty of Construction, GTU
E-mail: Edisoni.abramidze@mail.ru

Abstract. The problem of determining the optimal the values of the parameters of the PI controller by the quadratic integral criterion taking into account the coefficient of attenuation of the transition process. The problem is presented as a nonlinear mathematical problem programming. Finding the global minimum of the objective function carried out by random search, and to determine the parameters of the PI controller used the expanded amplitude-phase frequency response of the system. An attempt is made to provide designers with an effective tool for solving the above problem. The given graphs and tables facilitate the selection of parameters. To compile a computer program, the visual programming system VBA (Visual Basic for Application) is used. Concrete examples are given.

Key words: integral quadratic criterion; optimal parameters; proportional-integral controller; synthesis of an automatic control system.

UDC 62-52
SCOPUS CODE **1701**
https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-1-75-97

Определение оптимальных значений параметров ПИ регулятора по минимуму интегральному квадратичному критерию с учетом значений коэффициента затухания колебаний переходного процесса

Бадри Гвасалия Департамент компьютерного проектирования строительства, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси ул. М. Костава, 68[б]
E-mail: b.gvasalia@gtu.ge

Рецензенты:

К. Одишария, ассоциированный профессор факультета информати и систем управления ГТУ
E-mail: O_korneli@yahoo.com

Е. Абрамидзе, ассоциированный профессор строительного факультета ГТУ
E-mail: Edisoni.abramidze@mail.ru

Аннотация. Во многих практических случаях, когда интегральный критерий принимает минимальное значение, переходный процесс системы имеет достаточно большие колебания, что недопустимо по различным техническим соображениям. Поэтому целесообразно использовать интегральный квадратичный критерий не изолированно, а в сочетании с коэффициентом флуктуации переходного процесса. Необходимость введения этого коэффициента смещает задачу к задаче многокритериальной оптимизации. В статье рассматривается задача определения оптимальных значений параметров ПИ регулятора по квадратичному интегральному критерию с учетом коэффициента степени затухания переходного процесса.

Задача представлена в виде задачи нелинейного математического программирования. Нахождение глобального минимума целевой функции осуществляется методом случайного поиска, а для определения параметров ПИ регулятора использована расширенная амплитудно-фазовая частотная характеристика системы.

В работе сделана попытка снабдить проектировщиков эффективным инструментом для решения вышеуказанной задачи. Приведенные чертежи и таблицы облегчают выбор параметров. Для составления компьютерной программы используется система визуального программирования VBA (visual basic for application)

Ключевые слова: оптимальные параметры; пропорционально-интегральный регулятор; синтез системы автоматического управления; интегральный квадратичный критерий.

განხილვის თარიღი 03.07.2020
შემოსვლის თარიღი 27.10.2020
ხელმოწერილია დასაბეჭდად 29.03.2021