

UDC 62-52

SCOPUS CODE 1701

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-2-106-113>

პროპორციულ-ინტეგრალური (PI) რეგულატორის პარამეტრების არჩევა მაქსიმალური დასაშვები გადახრის უზრუნველყოფის პირობიდან სისტემაზე ნახტომისებრი ზემოქმედების დროს

- ზადრი გვასალია** მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68^ბ
E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge
- თამუნა კვაჭაძე** მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68^ბ
E-mail: tamuna.kvachadze@mail.ru
- კორნელი ოდიშარია** მართვის ავტომატიზებული სისტემების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 77
E-mail: O_korneli@yahoo.com

რეცენზენტები:

ე. აბრამიძე, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი

E-mail: edisoni.abramidze@mail.ru

დ. ჯანყარაშვილი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი

E-mail: d.jankarashvili@gtu.ge

ანოტაცია. PI რეგულატორის პარამეტრების განგარიშების მეთოდი საშუალებას იძლევა მოიძებნოს რეგულატორის პარამეტრების ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც სარეგულირებელი სიდიდის მაქსიმალური გადახრა არ აღემატება წინასწარ მოცემულ სიდიდეს. ამ მეთოდის გამოყენება ეფექტურია მაშინ, როდესაც ავტომატური მართვის სისტემა შეიცავს წრფივ-სტატიკურ ობიექტს, რომლის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებელი არის მონოტონურად კლებადი ფუნქცია ან

აქვს ერთი რეზონანსული პიკი და პრაქტიკულად არ აქვს ვარდნა სიხშირეებისას, რომელიც ნაკლებია რეზონანსულზე. სავარაუდოდ დაზუსტებულია ფორმულები დასაშვები გადახრის ცდომილების სიზუსტის გაზრდის მიზნით, რაც უფრო საიმედოს ხდის მიღებულ შედეგებს.

საკვანძო სიტყვები: ავტომატური მართვის სისტემა; მაქსიმალური დასაშვები გადახრა; პროპორციულ-ინტეგრალური რეგულატორი.

შესავალი

პრაქტიკაში არსებულ მრავალ ავტომატურ მართვის სისტემას მკაცრად მოეთხოვება, რომ მათი დინამიკური მახასიათებლები მაქსიმალურად იყოს მიახლოებული ტექნოლოგიური პროცესებით განპირობებულ მაჩვენებლებთან, კერძოდ სისტემის გამოსავალი სიდიდის მაქსიმალური გადახრა დაუშვებელია აღემატებოდეს წინასწარ მოცემულ სიდიდეს. რამდენადაც დიდი მაქსიმალური გადახრისას შეიძლება აღიძვრას მნიშვნელოვანი დინამიკური ძალები სისტემის მექანიკურ ნაწილში და მეტისმეტი გადაძაბვა ელექტრონულ ელემენტებში, ამდენად ასეთი მართვის სისტემების დაპროექტებისას მნიშვნელოვანია სამართავი კოორდინატის მაქსიმალური გადახრის მნიშვნელობა სისტემაზე ნახტომისებრი სიდიდის ზემოქმედებისას.

რეგულატორის პარამეტრების არჩევის მეთოდი [1] უზრუნველყოფს, რომ მაქსიმალური გადახრა არ აღემატებოდეს წინასწარ მოცემულს. ეს მეთოდი დაფუძნებულია რეზონანსული სიხშირის ცოდნაზე, რომელიც ცნობილი ხდება მხოლოდ სისტემის დაპროექტების შემდეგ.

ნაშრომში მოცემულია რეგულატორის პარამეტრების გაანგარიშების გაუმჯობესებული მეთოდი, რომელიც

საშუალებას იძლევა მოიძებნოს რეგულატორის პარამეტრების ის მნიშვნელობა, რომლის დროსაც სარეგულირებელი სიდიდის მაქსიმალური (დასაშვები) გადახრა არ აღემატება წინასწარ მოცემულს, რეზონანსული სიხშირის გამოყენების გარეშე.

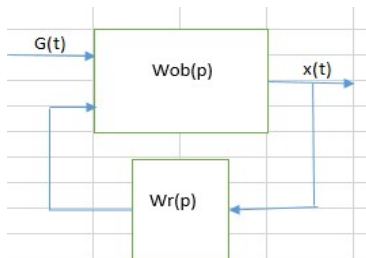
ძირითადი ნაწილი

ამოცანის დასმა და მეთოდის არსი

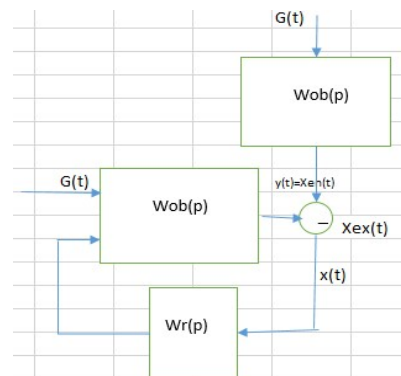
ამოცანა შეიძლება ჩამოვყალიბოთ შემდეგნაირად: მოცემულია წრფივი სტატიკური ობიექტი, რომლის ლოგარითმული ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებელი არის მონოტონურად კლებადი ფუნქცია ან აქვს მხოლოდ ერთი რეზონანსული პიკი და პრაქტიკულად არ აქვს დახრა, როდესაც სიხშირე $\omega < \omega_{rez}$. იგულისხმება, რომ ობიექტზე მოქმედებს ნახტომისებრი ზემოქმედება.

რეგულატორის პარამეტრები ისე შევარჩიოთ, რომ სამართავი სიდიდის მაქსიმალური გადახრა, სისტემაზე ნახტომისებრი ზემოქმედების დროს, არ აღემატებოდეს წინასწარ მოცემულ სიდიდეს.

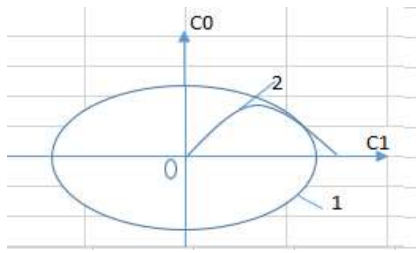
განვიხილოთ ავტომატური მართვის სისტემა, რომლის სტრუქტურული სქემა წარმოდგენილია 1-ელ სურ-ზე.



სურ. 1



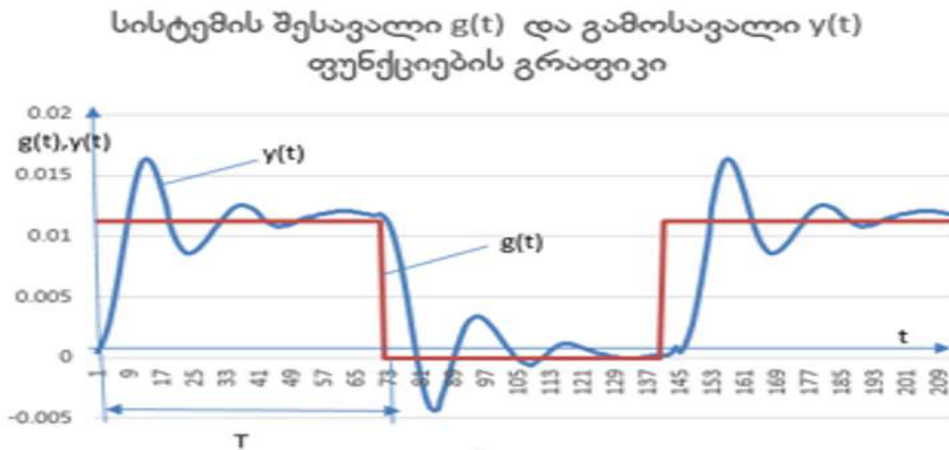
სურ. 2



სურ. 3

სადაც $W_{reg}(p)$ და $W_{ob}(p)$ რეგულატორისა და ობიექტის გადაცემის ფუნქციებია; $G(t)$ – მოცემული

ნახტომისებრი სიდიდე; $x(t)$ –სამართავი სიდიდე. სტრუქტურული გარდაქმნის შედეგად 1-ელი სურათი შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც მე-2 სურათი. სისტემის გაანგარიშების მიზნით ვისარგებლოთ შემდეგი ხერხით [2]. შევცვალოთ მოცემული ნახტომისებრი სიგნალი $G(t)$ პერიოდული სწორკუთხოვანი სიგნალით $g(t)$ და საკმარისად დიდი პერიოდით (სურ. 4).



სურ. 4

სტრუქტურული სქემისა და ნახტომისებრი სიდიდის ზემოთ აღნიშნული გარდაქმნის შემდეგ ადვილად ჩაიწერება $g(t)$ და $y(t)$ ფუნქციების ანალიზური სახე ფურიეს მწკრივის საშუალებით, რამდენადაც ისინი, როგორც ავტომატური მართვის თეორიიდან არის ცნობილი [2], აკმაყოფილებს დირიხლეს პირობას.

ფუნქციების ფურიეს მწკრივად გაშლას აქვს შემდეგი სახე:

$$g(t) = \frac{g}{2} +$$

$$+ \frac{g}{\pi} (\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots), \quad (1)$$

$$y(t) = x_{ent}(t) = \frac{g}{2} |W_{ob}(0)| + \frac{g}{\pi} \{ |W_{ob}(\omega)| \sin[\omega t + \varphi_{ob}(\omega)] + \frac{1}{3} |W_{ob}(3\omega)| \sin[3\omega t + \varphi_{ob}(3\omega)] + \dots \}, \quad (2)$$

სადაც $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T – ფუნქციის პერიოდი, g – პერიოდული სწორკუთხოვანი ზემოქმედების სიდიდე, $W_{ob}(\omega)$ და $\varphi_{ob}(\omega)$ – ობიექტის ამპლიტუდურ-სიხშირული და ფაზურ-სიხშირული მახასიათებლები.

T პერიოდი აირჩევა შემდეგნაირად: გარდამავალი პროცესის ხანგრძლივობა t_c შეიძლება შეფასდეს η მდგრადობის ხარისხის მიხედვით [3]. თუ წარმოსახვით ღერძთან მდებარე უახლოესი ფესვი ნამდვილია, მაშინ გარდამავალ პროცესზე დომინირებულ მნიშვნელობას ექსპონენტა ახდენს, რომელიც ამ ფესვით ხასიათდება. გარდამავალი პროცესის ჩაქრობის სისწრაფე განპირობებული იქნება ამ ექსპონენტით ცნობილი დამოკიდებულებიდან გამომდინარე:

$$t \approx \frac{3}{\eta} = 3T_1, \quad (3)$$

სადაც T_1 ობიექტის შედგენილობაში შემავალი რგოლების დროის მუდმივებს შორის უდიდესია. ამ შემთხვევაში ლოგარითმულ-სიხშირულ მახასიათებელზე სიხშირე შეესაბამება ამ მახასიათებლის დახრის დაწყებას.

თუ წარმოსახვით ღერძთან უახლოესად მდგომი ფესვი კომპლექსურია, მაშინ გარდამავალი პროცესი ხასიათდება მილევადი სინუსოიდით, რომლის შემომსაზღვრელ ექსპონენტს აქვს სახე: $y = c \cdot e^{-\eta t}$. გარდამავალი პროცესის ხანგრძლივობის შეფასება შეიძლება მოვახდინოთ (3) დამოკიდებულებითაც. სიხშირე ამ შემთხვევაში შეესაბამება რეზონანსულ სიხშირეს. მაშასადამე, შეგვიძლია ავარჩიოთ მოცემული ფუნქციის პერიოდი.

$$T = 2t_c = \frac{6}{\eta}.$$

(2) გამოსახულება ზოგიერთი გარდაქმნის შემდეგ ღებულობს სახეს:

$$|y|_{\max} = |x_{ent}|_{\max} \leq \frac{g}{\pi} [|W_{ob}(\omega_1)| + \frac{1}{3} |W_{ob}(3\omega_1)| + \dots], \quad (4)$$

სადაც $|y|_{\max}$ პერიოდული შემადგენლის მაქსიმუმია, ω_1 – რეზონანსული სიხშირე ან შეესაბამება ლოგარითმულ-სიხშირული მახასიათებლის დახრის დაწყებას. თუ ლოგარითმულ მახასიათებელს აქვს 20დბ/დეკ და მეტი დახრა, მაშინ შესაძლებელია დაიწეროს:

$$\begin{aligned} |W_{ob}(\omega_1)| &\geq 3|W_{ob}(3\omega_1)| \\ |W_{ob}(\omega_1)| &\geq 5|W_{ob}(5\omega_1)|. \end{aligned} \quad (5)$$

(5) ფორმულაში ტოლობის ნიშანი გამოიყენება მაშინ, როდესაც ლოგარითმულ-სიხშირულ მახასიათებელს აქვს 20 დბ/დეკ. დახრა ჩავსვით (5) ფორმულა (4)-ში, მივიღებთ

$$\begin{aligned} |y|_{\max} &= |x_{ent \max}| \leq \\ &\leq \frac{g}{\pi} |W_{ob}(\omega_1)| \left[1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

იმასთან დაკავშირებით, რომ კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული მწკრივის ჯამი $\frac{\pi^2}{8}$ ტოლია, გამოსახულება (6) შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$|y|_{\max} = |x_{ent \max}| \leq \frac{g\pi}{8} |W_{ob}(\omega_1)|. \quad (7)$$

გადაცემის ფუნქციის მოდულის გამოსათვლელად გადახრის მიხედვით, როცა $\omega = \omega_1$, სარგებლობენ ფორმულით:

$$\frac{x_{per}}{|x_{ent}|_{\max}} = \frac{1}{|1 + W_{ob}(i\omega)W_{reg}(i\omega)|}, \quad (8)$$

სადაც x_{per} წინასწარ მოცემული დასაშვები სიდიდეა. ტოლობა (8) შეიძლება გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\frac{|x_{ent}|_{max}}{x_{per}} = |1 + W_{ob}(i\omega) \cdot W_{reg}(i\omega)|. \quad (9)$$

ამ ინტერვალში სიხშირე, როცა $|W_{ob}(i\omega) \cdot W_{reg}(i\omega)| \gg 1$, გამოსახულება (9) მიახლოებით შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\frac{|x_{ent}|_{max}}{x_{per}} \approx |W_{ob}(i\omega) \cdot W_{reg}(i\omega)|. \quad (10)$$

ამოცანაში დასმული მოთხოვნების შესრულებისათვის რეგულატორის პარამეტრები უნდა იყოს ისეთი, რომ შესრულდეს პირობა:

$$|W_{ob}(i\omega)| \cdot |W_{reg}(i\omega)| \geq \frac{|x_{ent}|_{max}}{|x_{per}|}. \quad (11)$$

ახლა გამოვსახოთ მაქსიმალური გადახრა x_{per} რეგულატორის პარამეტრებით.

გადავწეროთ (7) გამოსახულება შემდეგნაირად:

$$|x_{ent}|_{max} = \beta \frac{g\pi}{8} |W_{ob}(i\omega_1)|, \quad (12)$$

სადაც β კოეფიციენტი, რომელიც 1-ის ($\beta = 1$) ტოლია, როცა სრულდება ტოლობა (7). სხვა შემთხვევაში დებულობს ფიქსირებულ მნიშვნელობას, რომელიც მოთავსებულია ნულსა და ერთს შორის, ე.ი. $|W_{ob}(\omega_1)| = |W_{ob}(i\omega)|$ და (12)-ის გათვალისწინებით (11)-დან გვაქვს:

$$|W_{reg}(i\omega_1)| \geq \beta \frac{g\pi}{8x_{per}}. \quad (13)$$

სისტემაში უდიდესი გადახრა გადახრის დამყარებული მნიშვნელობისა და პერიოდული შემადგენლის ამპლიტუდის ჯამის ტოლია, შეასაბამისად გვაქვს:

$$\max_t x(t) = x_{ste} + x_{per},$$

$$x_{ste} = \frac{g|W_{ob}(0)|}{2|1 + W_{ob}(0) \cdot W_{reg}(0)|} \approx \frac{g}{2|W_{reg}(0)|} \quad (14)$$

რამდენადაც 1-იანს უგულებელვყოფთ, საბოლოოდ გვექნება:

$$\max_t x(t) \approx g \left[\frac{1}{2|W_{reg}(0)|} + \beta \frac{\pi}{8|W_{reg}(i\omega_1)|} \right]. \quad (15)$$

სტატიკური რეგულატორებისათვის (P,PI,PID)

$$\max_t x(t) = \frac{\beta g \pi}{8|W_{reg}(i\omega_1)|}. \quad (16)$$

მაგალითი. პროპორციულ-ინტეგრალური (PI) რეგულატორის გადაცემის ფუნქციას აქვს სახე:

$$W_{reg}(p) = \frac{q_0}{p} + q_1. \quad (17)$$

(13) და (17) გამოსახულებებიდან მივიღებთ:

$$\sqrt{q_1^2 + \frac{q_0^2}{\omega_1^2}} \geq \frac{\beta \pi g}{8x_{est}} \equiv a, \quad (18)$$

$$q_1^2 + \frac{c_0^2}{\omega_1^2} \geq a^2. \quad (19)$$

თუ (19) გამოსახულებაში უტოლობის ნიშანს შევცვლით ტოლობის ნიშნით, მივიღებთ ელიფსის განტოლებას:

$$\frac{q_1^2}{a^2} + \frac{q_0^2}{b^2} = 1, \quad (20)$$

სადაც $b^2 = a^2 \omega^2$, რომელიც გამოსახულია მე-2 სურათზე (მრუდი-1). იქვე ნაჩვენებია ჩაქრობის კოეფიციენტის ერთნაირი მნიშვნელობის მრუდი, რომელიც აგებულია $\psi = 0.75$ შემთხვევაში.

(20) გამოსახულების ანალიზით ადვილად ვრწმუნდებით, როცა $0 < \beta < 1$, მივიღებთ უფრო მცირე ზომის ელიფსს, ვიდრე, როცა $\beta = 1$. ამგვარად, ვინაიდან β -ს მნიშვნელობა წინასწარ უცნობია, აგებენ ელიფსს, როცა $\beta = 1$.

მაშასადამე, სამართავი კოორდინატის მაქსიმალური გადახრა არ აღემატება წინასწარ მოცემულ სიდიდეს პარამეტრების იმ მნიშვნელობებისათვის, რომლებიც მოთავსებულია ელიფსის კონტურით შემოფარგლულ საზღვრებს გარეთ და მიიღება იმ შემთხვევაში, როცა $\beta = 1$.

შენიშვნა. მდგრადობის პირობიდან გამომდინარე, $q_0 > 0, q_1 > 0$ პარამეტრების მნიშვნელობა განიხილება მხოლოდ პირველ კვადრანტში (სურ. 2).

დასკვნა

შემუშავებულია გარკვეული კლასის ავტომატური მართვის სისტემებისათვის PI რეგულატორის

პარამეტრების არჩევის მეთოდი. ამ მეთოდით მიღებული პარამეტრების მნიშვნელობა უზრუნველყოფს, რომ სარეგულირებელი სიდიდის დასაშვები მაქსიმალური გადახრა არ აღემატებოდეს წინასწარ მოცემულ სიდიდეს. ეს სისტემები შეიცავს სტატიკურ ობიექტებს, რომელთა ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებლებია მკაცრად კლებადი მონოტონური ფუნქციები ან აქვს მხოლოდ ერთი რეზონანსული პიკი და პრაქტიკულად არ გააჩნია ვარდნა სიხშირეთა იმ მნიშვნელობებისას, რომლებიც ნაკლებია რეზონანსულ სიხშირეზე.

ლიტერატურა

1. Rotach V. Automatic Control Theory. Textbook, 5th edition, Publishing House *MPEI*, 2008. (In Russian).
2. Dudnikov E. Fundamentals of Automatic regulation of thermal processes. Gosenergoizdat, 1956. (In Russian).
3. Basics of automatic regulation and control. Ed. M. Ponomareva and P. Litvinov. Publishing House *High School*, 1974. (In Russian).

UDC 62-52

SCOPUS CODE 1701

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-2-106-113>

Selecting the Proportional-Integral (PI) Regulator Parameters from the Condition of Maximum Permissible Deviation in Leap Impacts on the System

- Badri Gvasalia** Department of Computer-aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b M. Kostava str.
E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge
- Tamuna Kvachadze** Department of Computer-aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b M. Kostava str.
E-mail: tamuna.kvachadze@mail.ru
- Korneli Odisharia** Department of Automated Control Systems, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 77 M. Kostava str.
E-mail: O_korneli@yahoo.com

Reviewers:

E. Abramidze, associate professor, Faculty of Construction, GTU

E-mail: edisoni.abramidze@mail.ru

D. Djankarashvili, associate professor, Faculty of Construction, GTU

E-mail: d.jankarashvili@gtu.ge

Abstract. The amplitude-frequency characteristic, which determines the parameters of the PI controller for linear objects, is either a monotonically feeding function, or has one resonant peak, and practically does not have a drop at a frequency less than the resonant one. The parameters of the PI controller selected in this way ensure, that the maximum deviation of the controlled value does not exceed the set value when stepping on the input of the object.

Key words: automatic control system; maximum permissible deviation; proportional-integral controller.

UDC 62-52

SCOPUS CODE 1701

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2021-2-106-113>

Выбор параметров пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора из условия обеспечения максимально допустимого отклонения скачкообразных воздействий на систему

- Бадри Гвасалия** Строительный департамент компьютерного проектирования, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 68^б
E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge
- Тамуна Квачадзе** Строительный департамент компьютерного проектирования, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, ул. М. Костава 68^б
E-mail: tamuna.kvachadze@mail.ru
- Корнели Одишария** Департамент автоматизированных систем управления, Грузинский технический университет, Грузия, 0160, Тбилиси, М. Костава 77
E-mail: O_korneli@yahoo.com

Рецензенты:

Е. Абрамидзе, ассоциированный профессор строительного факультета ГТУ

E-mail: edisoni.abramidze@mail.ru

Д. Джанкарашвили, ассоциированный профессор строительного факультета ГТУ

E-mail: d.jankarashvili@gtu.ge

Аннотация. Амплитудно-частотная характеристика, определяющая параметры ПИ регулятора для линейных объектов, либо является монотонно подающей функцией, либо имеет один резонансный пик, и практически не имеет спада при частоте меньше резонансного. Выбранные этим способом параметры ПИ-регулятора гарантируют, что максимальное отклонение регулируемого значения не превышает заданного значения при ступенчатом воздействии на вход объекта.

Ключевые слова: максимально допустимое отклонение; пропорционально-интегральный регулятор; система автоматического управления.

განხილვის თარიღი 11.11.2020

შემოსვლის თარიღი 11.11.2020

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 21.07.2021