

UDC 614.841.33

SCOPUS CODE 1701

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2025-1-199-209>

ცილინდრული ზამბარების პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშება წონის მიხედვით

ბადრი გვასალია მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68^ბ
E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge

თამარ კვაჭაძე მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68^ბ
E-mail: amuna.kvachadze@mail.ru

რეცენზენტები:

ტ. კვიციანი, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: tarielkviciani@gtu.ru

ზ. სანიკიძე, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი

E-mail: z.sanikidze@gtu.ge

ანოტაცია. მანქანათმშენებლობის, რკინიგზის, სამშენებლო ინდუსტრიასა და სხვა მრავალ დარგში ფართოდაა გამოყენებული ისეთი დრეკადი ელემენტი, როგორიც ზამბარაა. ზამბარები განკუთვნილია მექანიკური ენერგიის დასაგროვებლად ან ჩასაქრობად. ამ ელემენტებს, სხვადასხვა კონსტრუქციითა და ხელსაწყოებით, ეთმობოდა და ამჟამად ეთმობა საკმარისად დიდი ყურადღება. არსებობს მრავალი პუბლიკაცია ამ სფეროში, სადაც განიხილება მათი გაანგარიშებისა და დამზადების საკითხები, რასაც, სამწუხაროდ, ვერ ვიტყვით სამეცნიერო პუბლიკაციებზე, რომლებიც მიძღვნილია მათი ოპტიმალური დაპროექტებისადმი, სადაც ზამბარე-

ბის მახასიათებლების ოპტიმიზაცია, სხვადასხვა კრიტერიუმის მიხედვით, ხდება არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდის გამოყენებით.

განხილულია ცილინდრული ზამბარები, რომლებიც გრეხაზე, კუმშვასა და გაჭიმვაზე მუშაობს, პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების მეთოდი, წონის კრიტერიუმის მიხედვით, როდესაც შეზღუდვები დადებულია იმ პარამეტრებზე, როგორცაა, მაგალითად, მავთულის დიამეტრი, რისგანაც ის არის დამზადებული, ზამბარის საშუალო დიამეტრსა და ხვიათა რიცხვზე. ამ მეთოდის რეალიზაციის საფუძველია ამოცანის ფორმულირება არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანის სახით. მოცემული, თავის

მხრივ, მრავალექსტრემუმიანი, მრავალპარამეტრიანი, ზოგადად კი რთული კონფიგურაციის მქონე მიზნის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოსანახად შემთხვევითი ძებნის მეთოდს იყენებს. ცხადია, აღნიშნული მეთოდით სარგებლობა ეფექტურია განსაკუთრებით მაშინ, როცა კომპიუტერული ტექნიკის გამოყენების შესაძლებლობაა.

საკვანძო სიტყვები: არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამება; ზამბარები; ოპტიმალური დაპროექტება; შემთხვევითი ძებნის მეთოდი.

შესავალი

ზამბარა ერთ-ერთი ყველაზე ფართოდ გამოყენებადი ელემენტია მექანიზმებში, კონსტრუქციებში, ხელსაწყოებში, ასევე გამოიყენება არაზუსტი ზომების კომპენსაციისათვის, ცვეთისა და სხვა საჭიროებისათვის. ზამბარების გამოყენებისას არის

ზოგიერთი განსაკუთრებულობა. ზამბარებს შეუძლია შეაგროვოს, გამოიმუშაოს და შთანთქმოს მექანიკური ენერგია, ხოლო პლასტიკური ტიპის ზამბარები გამოიყენება ზოგიერთი სამშენებლო დანადგარის მექანიკური ზემოქმედებისაგან დასაცავად.

სხვადასხვა ტიპის სამშენებლო ინსტრუმენტებისა და მექანიზმების მუშაობა ზამბარებზეა დამოკიდებული. ისინი მრავალ სასარგებლო ფუნქციას ასრულებს. ცილინდრული ტიპის ზამბარები გამოიყენება მექანიკურ სისტემებში, სამშენებლო დარგებში, თითქმის ყველა სექტორში სხვადასხვა მიზნისათვის, პირველ რიგში მგრეხი მომენტის ანუ მბრუნავი ძალის უზრუნველყოფისათვის სხვადასხვა მექანიკურ სისტემაში. მაგალითად ისეთი ავტომატური კარებისთვის, როგორიც არის ავტოფარეხებსა და საწყოებში. იმის მიხედვით, თუ სად და რა მიზნით გამოიყენება არჩევენ ზამბარების სხვადასხვა სახეის, მათ შორის აღსანიშნავია სურათზე მოცემული ზამბარები.



სურ. 1. ა. ზამბარა, რომელიც კუმშვაზე მუშაობს



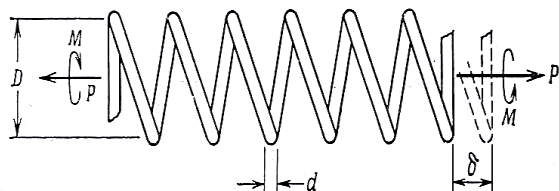
სურ. 1. ბ. ზამბარა, რომელიც გაჭიმვაზე მუშაობს



სურ. 1. გ. ზამბარა, რომელიც გრეხაზე მუშაობს

ძირითადი ნაწილი

განვიხილოთ გრეხაზე მომუშავე ცილინდრული ზამბარა, რომლის სქემა მოცემულია მე-2 სურათზე.



სურ. 2. ცილინდრული ზამბარა

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

d - მავთულის დიამეტრი; D - ზამბარის საშუალო დიამეტრი; N - აქტიურ ხვიათა რიცხვი; ϑ - არააქტიურ ხვიათა რიცხვი (დაბოლოებათა ხვები); E - იანგის მუდმივა; G - ძვრის მოდული; P - მოდებული დატვირთვა; k - ღერძის დაძაბულობის კონცენტრაციის კოეფიციენტი; k_1 - გრეხის დაძაბულობის კონცენტრაციის კოეფიციენტი; g - თავისუფალი ვარდნის აჩქარება; $c = D/d$ - ზამბარის ინდექსი; θ - გრეხის კუთხე; σ - ნორმალური დაძაბულობა ღუნვისას; $\sigma_{\max}$ - დასაშვები მაქსიმალური დაძაბულობა ღუნვისას; ρ - ზამბარის მასალის სიმკვრივე; M - მოდებული მგრეხი მომენტი; f - შეკუმშვის რხევების საკუთარი სიხშირე, ჰერცი; δ - ზამბარის ღერძებს შორის წანაცვლება; τ - წანაცვლების დაძაბულობა; $\tau_{\max}$ - წანაცვლების მაქსიმალური დაძაბულობა; K - ზამბარის სიხისტე.

გრეხაზე მომუშავე ზამბარის პარამეტრებს შორის შემდეგი დამოკიდებულებაა [1]:

$$k = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c}. \quad (1)$$

ზამბარის წონა [1]

$$F = \frac{(N + \vartheta)\pi^2 D d^2 \rho g}{4}. \quad (2)$$

ზამბარის წონა აიღება როგორც მიზნის ფუნქცია, რომლის მინიმიზაცია უნდა გაკეთდეს. თუ ზამბარა დატვირთულია თავისი ღერძის გარშემო მგრეხი M მომენტით, მაშინ ღუნვის დაძაბულობა ზამბარის მავთულში $\sigma = 10.2 M k_1 / d^3$ ტოლია, სადაც k_1 გრეხის დაძაბულობის კონცენტრაციის კოეფიციენტი და განისაზღვრება ექსპერიმენტული გზით, $k_1 = 1.425 \cdot (d/D)^{0.115}$. M მომენტსა და გრეხის კუთხეს შორის დამოკიდებულებას აქვს სახე:

$$\theta = \frac{3670 \cdot N \cdot D \cdot M}{E \cdot d^4}, \quad (3)$$

სადაც θ გრადუსებში იზომება.

მოცემული θ კუთხის დროს (3) განტოლებიდან შესაძლებელია გავიგოთ აქტიურ ხვიათა N რიცხვი და ჩავსვათ (2) გამოსახულებაში, მივიღებთ: $F = \pi^2 \rho g \vartheta D d^2 / 4 + \pi^2 \rho g E \theta d^6 / (14680 \cdot M) = \pi^2 \rho g (\vartheta D d^2 / 4 + E \theta d^6 / (14680 \cdot M))$. ეს უკანასკნელი გამოსახულება შეიძლება უფრო მოხერხებულად ჩავწეროთ:

$$F = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\theta \cdot E \cdot d^4}{3670 \cdot D \cdot M} + \vartheta \right) \cdot \pi^2 \cdot D \cdot d^2 \cdot \rho \cdot g = \pi^2 \rho \cdot g \cdot \left(\frac{\vartheta \cdot D \cdot d^2}{4} + \frac{\theta \cdot E \cdot d^6}{14680 \cdot M} \right). \quad (4)$$

მასალის რღვევის თავიდან აცილების მიზნით, დაძაბულობა მავთულის ღუნვისას საჭიროა ნაკლები იყოს, ვიდრე $\sigma_{\max}$:

$$14,5 M / d^{2.885} D^{0.115} - \sigma_{\max} \leq 0. \quad (5)$$

გარდა ამისა, მავთულის დიამეტრის ზომები უნდა იყოს საზღვრებში, რომელიც განპირობებულია სორტამენტით მოცემული მავთულისათვის

$$d_1 \leq d \leq d_2, \quad (6)$$

სადაც d_1 და d_2 ზამბარის მავთულის დიამეტრის ქვედა და ზედა საზღვრებია. გაბარიტული პირობებიდან გამომდინარე, ასევე მოცემულია ზამბარის საშუალო დიამეტრი

$$D_1 \leq D \leq D_2, \quad (7)$$

სადაც D_1 და D_2 ზამბარის საშუალო დიამეტრის ქვედა და ზედა საზღვრებია. რაც შეეხება ზამბარის ინდექსს, რომელიც განისაზღვრება $c = D/d$ ფორმულით, მეტწილად უნდა აკმაყოფილებდეს უტოლობას:

$$8 \leq D/d \leq 12. \quad (8)$$

იმ ზამბარების გამოყენება, რომელთა ინდექსი $c < 4$ -ზე, არარეკომენდებულია, რადგან მათი დახვევა გამწვანებულია და ხვიების გარეთა ბოჭკოებში შეიძლება წარმოიშვას ბზარები და ჩანაგლეჯები.

ამგვარად, მინიმალური წონის მქონე ზამბარების დაპროექტების ამოცანა მიიყვანება d და D ცვლადების შერჩევის ამოცანამდე, რომელიც უზრუნველყოფს (4) მიზნის ფუნქციის (ზამბარის წონის) მინიმიზაციას და ამავდროულად დააკმაყოფილებს შეზღუდვებს (5, 6, 7, 8).

იმასთან დაკავშირებით, რომ მიზნის ფუნქცია (4) და შეზღუდვები (5, 6, 7, 8) არაწრფივი ფუნქციებია, ამიტომ წარმოდგენილი ამოცანა არაწრფივია, უფრო მეტიც ის მიეკუთვნება გეომეტრიული დაპროგრამების ამოცანათა კლასს. თუმცა ზამბარის დაპროექტების მოცემული ამოცანა მცირე განზომილებისაა, მისი მიზნის (4) ფუნქციისა და (5, 6, 7, 8) შეზღუდვების მკაცრად გამოხატული არაწრფივობა გარკვეულ სიძნელებებს ქმნის რიცხვითი ამონახსნების მიღებისას. მსგავსი ამოცანა გადაწყვეტილია გარკვეული მაგალითისათვის, კუნა-ტაკერის პრობემისა და ლაგრანჟის მამრავლის გამოყენებით

[1], მაგრამ ასეთი მიდგომა შესაძლებლობას იძლევა მივიღოთ ამონახსნი მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მიზნის ფუნქცია ამოწმებულია. გარდა ამისა, ამ მეთოდის გამოყენებისას არ შეიძლება გავითვალისწინოთ ყველა ის შეზღუდვა, რასაც კონსტრუქტორები ზამბარებს უყენებენ. მიზნის ფუნქციის [4] გლობალური ექსტრემუმის მოსაძიებლად, უფრო მკაცრი მოთხოვნების გათვალისწინებისას, აუცილებელია კონსტრუქტორებმა გამოიყენონ ამოხსნის სხვა მეთოდები, მაგალითად ექსტრემუმის პოვნის შემთხვევითი ძებნის მეთოდი.

ამოცანის ამოხსნა შემთხვევითი

ძებნის მეთოდით

შემთხვევითი ძებნის მეთოდი [2] ცნობილია, როგორც ერთ-ერთი წარმატებული, რომელიც უზრუნველყოფს პროცესის კრებადობას ε სიზუსტით, მხოლოდ სტატისტიკური ცდების დიდი რაოდენობით $S \rightarrow \infty$ ჩატარების შემთხვევაში. ცნობილია აგრეთვე, რომ S რაოდენობის სტატისტიკური ცდების ჩატარების შემდეგ გლობალური ექსტრემუმის მონახვის ალბათობა ε სიზუსტით ტოლია:

$$P(S) = 1 - (1 - \varepsilon^N)^S, \quad (9)$$

სადაც N ცვლადების რიცხვია.

(9) გამოსახულებიდან შეიძლება განისაზღვროს ჩასატარებელი ცდების რაოდენობა

$$S = (1/\varepsilon)^N \ln[1/(1-P)]. \quad (10)$$

იმ შემთხვევაში, როცა $N=2$, $P=1/2$ და $\varepsilon=0,001$, ჩასატარებელი სტატისტიკური ცდების რაოდენობა ტოლია:

$$S = (1/10^{-3})^2 \cdot \ln[1/(1-1/2)] = 10^6 \ln 2 = 0.69 \cdot 10^6. \quad (11)$$

ამოცანის ამოხსნის რიცხვითი მეთოდი

მეთოდი დაფუძნებულია არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამებისა და ექსტრემუმის პოვნის შემთხვევითი ძებნის მეთოდების ერთობლივ გამოყენებაზე. მეთოდი შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად:

1. დასაწყისში განისაზღვრება მეთოდის მუშაობისათვის საჭირო ყველა ატრიბუტი, მათ შორის

- მიზნის ფუნქცია $F_{\min}(x_1, x_2, \dots, x_N)$;

- ყველა არსებული შეზღუდვა $G_j, j = 1, 2, \dots, M$

და მათი რაოდენობა, M ;

- საოპტიმიზაციო პარამეტრები $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, V^*$

და მათი რაოდენობა, V ;

- საოპტიმიზაციო პარამეტრების შესაძლო ცვლილების ქვედა და ზედა საზღვრები რიცხობრივად;

- ჩასატარებელი სტატისტიკური ცდების რაოდენობა, S ;

- მაქსიმალურად შესაძლო დიდი რიცხვი, R .

2. დაიწყება სტატისტიკური ცდების ჩატარების პროცესი.

3. შემთხვევითი რიცხვების გენერატორი ციკლურად დაიწყებს შემთხვევითი რიცხვების გამო-მუშავებას, რომლებიც შემდგომში (შესაბამისი ალგორითმის გამოყენებით) ფორმირდება, როგორც საძებნი პარამეტრები: $x_1, x_2, x_3, \dots$.

4. გამოითვლება ყველა შეზღუდვის მნიშვნელობა და მოხდება მათი შემოწმება ციკლურად მოთხოვნილ პირობაზე.

5. ყველა შეზღუდვის პირობის ერთდროულად შესრულების შემთხვევაში გამოითვლება მიზნის F ფუნქციის მნიშვნელობა და მოხდება შემოწმება $F < R$ პირობაზე. თუ პირობა შესრულდა, მაშინ R -ს მიენი-

ჭება F -ის მნიშვნელობა, რომელიც კომპიუტერის მეხსიერებაში დაფიქსირდება სხვა საძიებელ პარამეტრებთან ერთად, რათა გამოყენებულ იქნეს შემდეგი ციკლის შესრულებისას, როგორც R ცვლადის ახალი მნიშვნელობა, წინააღმდეგ შემთხვევაში, ე.ი $F < R$ პირობის არშესრულებისას პროგრამა უბრუნდება მე-2 პუნქტის შესრულებას.

ზემოთ აღწერილი პროცესი განმეორდება, ვიდრე ჩატარებული სტატისტიკური ცდების რაოდენობა არ იქნება მეტი, ვიდრე S .

პროგრამის მუშაობის საბოლოო შედეგი იქნება მიზნის ფუნქციის მინიმალური წერტილის კოორდინატები და მიზნის ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა.

**გრეხაზე მომუშავე ზამზარის პარამეტრების
ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების
რიცხვითი მაგალითი**

გაანგარიშებისათვის საჭირო მონაცემებია:
 $E = 2 \cdot 10^1$ პა, $\sigma_{\max} = 1,5 \cdot 10^{11}$ პა, $\theta = 20^\circ = 0,341$ რადიანი, $M = 0,36$ ნმ, $\rho g = 7,7 \cdot 10^4$ ნ/მ³, $\mathcal{A} = 2$, $d_1 = 0,002$ მ, $d_2 = 0,01$, $D_1 = 0,02$ მ, $D_2 = 0,04$ მ. შემოვიტანოთ აღნიშვნები ცვლადებისათვის: $d \rightarrow x_1$, $D \rightarrow x_2$. ზოგიერთი მცირე გარდაქმნისა და რიცხვითი მონაცემების შეტანის შემდეგ ამოცანა (2, 4, 5, 6, 7, 8) შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ შემდეგნაირად: ვიპოვოთ F მიზნის ფუნქციის გლობალური მინიმუმი, რომელიც გამოისახება ფორმულით:

$$F = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\theta \cdot E \cdot d^4}{3670 \cdot D \cdot M} + \mathcal{A} \right) \cdot \pi^2 \cdot D \cdot d^2 \cdot \rho \cdot g =$$

$$\pi^2 \cdot \rho \cdot g \cdot \left(\frac{\mathcal{A} \cdot D \cdot d^2}{4} + \frac{\theta \cdot E \cdot d^6}{14680 \cdot M} \right)$$

აქ $F = \pi^2 \rho g (0,25d^2 \cdot D + E \theta d^{6/}) / (14680 \cdot M) =$ ზემოაღნიშნული შეზღუდვების გათვალისწინებით, ამოცანის ამოხსნის პროგრამა და შედეგები მოცვანილია ქვემოთ.

$= 3,14^2 \cdot 7,7 \cdot 10^4 \cdot (0,5 \cdot x_1^2 \cdot x_2 + 20,2 \cdot 10^{11} \cdot x_1^6) / (14680 \cdot 0,3) \cdot (12)$

გრეხაზე მომუშავე zambaris პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების განსაზღვრის პროგრამა (Zambara1), არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდის გამოყენებით მიღებული რიცხვითი შედეგები

რიგითი ნომერი	ამოცანის ამოხსნისათვის გამოყენებული მეთოდი	ზამბარის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობები	შენიშვნა
1	არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდი	$x_1 = 2.80044E-03$ მ $x_2 = 2.902923E-02$ მ $F_{min}=0.419227$ ნ	
2	ლაგრანჟის მეთოდი	$x_1 = 2.806 \cdot 10^{-3}$ m $x_2 = 0.02943$ m $F_{min} = 0.4254$ n	

Private Sub Command1_Click()

Dim X(2), G(7), XM(2)

Dim AA(2), BB(2) As Single

AA(1) = 0.002

BB(1) = 0.01

AA(2) = 0.02

BB(2) = 0.04

N = 2

M = 7

S = 690000

RMIN = 1E+35

For J = 1 To S

For I = 1 To N

X(I) = AA(I) + (BB(I) - AA(I)) * Rnd

Next I

G(1) = $1.5 \cdot 10^{11} - 4.35 \cdot X(1)^{-2.885} \cdot X(2)^{-0.115}$

```

G(2) = X(1) - 0.0028
G(3) = 0.01 - X(1)
G(4) = X(2) - 0.029
G(5) = -X(2) + 0.04
G(6) = X(2) / X(1) - 8
G(7) = 12 - X(2) / X(1)
L = 0
For K = 1 To M
  If G(K) >= 0 Then
    L = L + 1
  Else
    End If
Next K
If L = M Then
  F = 3.14 ^ 2 * 7.7 * 10 ^ 4 * (2 * X(2) * X(1) ^ 2 / 4 + 2 * 10 ^ 11 * 20 * X(1) ^ 6 / (14680 * 0.3))
  If F < RMIN Then
    RMIN = F
    For I = 1 To N
      XM(I) = X(I)
    Next I
    Print "XM(1)="; XM(1), "XM(2)="; XM(2), "RMIN="; RMIN
  Else
    End If
  Else
    End If
Next J
Print "Optimum"
Print "XM(1)="; XM(1), "XM(2)="; XM(2), "RMIN="; RMIN
End Sub

```

$\chi M(1) = 4.41558401988119E-03$	$\chi M(2) = 3.54948013054668E-02$	RMIN= 5.37353278294353
$\chi M(1) = 4.40776389070515E-03$	$\chi M(2) = 3.89714208705088E-02$	RMIN= 5.34417414279423
$\chi M(1) = 3.30257269080991E-03$	$\chi M(2) = 3.29317420900579E-02$	RMIN= 1.03104421869476
$\chi M(1) = 3.24530454970977E-03$	$\chi M(2) = 2.94891830017038E-02$	RMIN= 0.923450013355965
$\chi M(1) = 3.1998486183626E-03$	$\chi M(2) = 3.40879147907533E-02$	RMIN= 0.872672177227402
$\chi M(1) = 3.20249029614524E-03$	$\chi M(2) = 3.05964226754119E-02$	RMIN= 0.862972276858538
$\chi M(1) = 2.87650821144204E-03$	$\chi M(2) = 3.30193156144329E-02$	RMIN= 0.494331429175913
$\chi M(1) = 2.83177802622938E-03$	$\chi M(2) = 3.24783271933349E-02$	RMIN= 0.454426748905731
$\chi M(1) = 2.80245444916782E-03$	$\chi M(2) = 2.96611447783793E-02$	RMIN= 0.422463650963983
$\chi M(1) = 2.80058047918844E-03$	$\chi M(2) = 2.92137737923663E-02$	RMIN= 0.41967553145357
$\chi M(1) = 2.80040214209625E-03$	$\chi M(2) = 2.91101308564783E-02$	RMIN= 0.419228827936815
$\chi M(1) = 2.80044696478787E-03$	$\chi M(2) = 2.90292282836484E-02$	RMIN= 0.419022697046593
Optimum		
$\chi M(1) = 2.80044696478787E-03$	$\chi M(2) = 2.90292282836484E-02$	RMIN= 0.419022697046593

აქვე მოყვანილია ლაგრანჟის ფორმულებით მიღებული შედეგები. არსებული მცირედი განსხვავებები ბუნებრივია, რადგანაც გამოთვლები ჩატარებულია სხვადასხვა თაობის კომპიუტერებზე და სხვადასხვა დროს.

```

In[5]:=
d = (43.517 * 0.3 / (1.5 * 10^8)) ^ (0.299) *
      (0.3 * 2 / (2 * 10^11)) ^ (0.03438)

Out[5]=
0.00311036

D = (7.081) * 10^(-5) * 2 * 10^11 / (0.3 * 2) *
      (0.00311036) ^ 4

```

კუმშვა-გაჭიმვაზე მომუშავე ზამზარის
პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების
განსაზღვრა

განვიხილოთ კუმშვა-გაჭიმვაზე მომუშავე ზამ-
ზარა, რომლის სქემა მოცემულია მე-2 სურ-ზე. სამუ-
შაოდან [1] ცნობილია, რომ არსებობს ზამზარების
საპროექტო პარამეტრებს შორის შემდეგი დამოკი-
დებულება:

$$P = K\delta, \quad (13)$$

$$K = \frac{d^4 G}{8.D^3 N}, \quad (14)$$

$$k = \frac{4.c-1}{4.c-4} + \frac{0.6.615}{c}, \quad (15)$$

$$\tau = \frac{8.k.P.D}{\pi.d^3}, \quad (16)$$

$$f = \frac{d}{2.\pi.D^2 N} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}. \quad (17)$$

k ლერძის ძაბვის კონცენტრაციის კოეფიციენტი
და განისაზღვრება ექსპერიმენტული გზით. ზამზა-
რის წონა ჩაიწერება შედეგნაირად:

$$F = \frac{(N+g).\pi^2.D.d^2}{4} .\rho.g. \quad (18)$$

წონა აღებულია, როგორც მიზნის ფუნქცია, რომე-
ლიც მინიმალური უნდა იყოს. ხშირად მოითხოვება,
რომ გადაადგილება P დატვირთვის ზემოქმედების
შედეგად უნდა იყოს Δ -ზე ნაკლები. შეზღუდვის ეს
ფორმა ჩვეულებრივია ზამზარების დაპროექტებისას,
რადგანაც მათ როლი, ზოგადად რომ ვთქვათ, დაიყ-
ვანება იმაზე, რათა განვითარდეს ზომიერი აღდგე-
ნითი ძალა, როცა მისი ნაწილები განიცდის დიდ წა-
ნაცვლებას, ასრულებს დიდ კინემატიკურ ფუნქ-

ციებს. მათემატიკური თვალსაზრისით, ეს მოთხოვნები გამოისახება შემდეგი უტოლებით:

$$\psi_1 = \Delta - \frac{8 \cdot P \cdot D^3 N}{d^4 \cdot G} \leq 0. \quad (19)$$

იმისათვის, რომ თავიდან ავიცილოთ მასალის რღვევა, დამაბულობის წანაცვლება მავთულში არ უნდა იყოს იმაზე მეტი, ვიდრე $\tau_{\max}$ ფუნტი/დიუმ².

მათემატიკურად გამოისახება ასე:

$$\psi_2 = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left[\frac{4 \cdot D - d}{4 \cdot D - 4 \cdot d} + \frac{0.615 \cdot d}{D} \right] - \tau_{\max} \leq 0. \quad (20)$$

დინამიკურ შემთხვევებში, რეზონანსული მოვლენის თავიდან აცილების მიზნით, ხშირად მოითხოვენ, რომ ზამბარის რხევის სიხშირე უნდა იყოს ω ჰერც სიხშირეზე ნაკლები. მათემატიკურად ეს გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\psi_3 = \omega - \frac{d}{2 \cdot \pi \cdot D^2 N} \sqrt{\frac{G}{2 \cdot \rho}} \leq 0. \quad (21)$$

ბოლოს, ზამბარის გარეთა დიამეტრი არ უნდა აღემატებოდეს $\bar{D}$, ე.ი.

$$\psi_4 = D + d - \bar{D} \leq 0. \quad (22)$$

რეალური პროექტისათვის საჭიროა მოთხოვნილ იქნეს, რომ ზამბარის მავთულის დიამეტრი d , ცილიდრის დიამეტრი და ხვიათა რიცხვი იყოს დადებითი და მოთავსებული გარკვეულ ზომებში, კერძოდ

$$d_1 \leq d \leq d_2 \quad (23)$$

$$D_1 \leq D \leq D_2, \quad (24)$$

$$N_1 \leq N \leq N_2, \quad (25)$$

სადაც $d_1, d_2, D_1, D_2, N_1, N_2$ საოპტიმიზაციო პარამეტრების ქვედა და ზედა საზღვრებია, შესაბამისად.

ამგვარად, კუმშვა-გაჭიმვაზე მომუშავე ზამბარის მინიმალური წონის დაპროექტების ამოცანა დაი-

ყვანება d, D, N საოპტიმიზაციო პარამეტრების არჩევის ამოცანად, რომელიც (18) მიზნის ფუნქციას ანიჭებს მინიმალურ მნიშვნელობას, როდესაც სრულდება შეზღუდვები (19, 20, 21, 22, 23, 24, 25), რომელიც მოცემულია უტოლობების სახით.

კუმშვა-გაჭიმვაზე მომუშავე ზამბარის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების რიცხვითი მაგალითი

განგარიშებისათვის საჭირო მონაცემები:

$$M = 0.36 \text{ ნ.მ}, \rho \cdot g = 7.7 \cdot 10^4 \text{ ნ/მ}^3, Q = 2,$$

$$d_1 = 0.0028 \text{ მ}, d_2 = 0.01 \text{ მ}, D_1 = 0.029 \text{ მ}, D_2 = 0.04 \text{ მ}.$$

$$N_1 = 4 \text{ ც}, N_2 = 10 \text{ ც}.$$

შეზღუდვები, რომლებსაც დამკვეთი ან დამპროექტებელი იძლევა, უნდა იყოს რეალური (ამ კონკრეტული მაგალითის შემთხვევაში მონაცემები უფრო პროგრამის მუშაობის საილუსტრაციოდ არის მოყვანილი და რეალურ მონაცემებს არ შეესაბამება).

$$P = 100 \text{ ნ};$$

$$GG = 1, \text{ მიიღება ექსპერიმენტული გზით.}$$

$$\Delta = 6.66389 \cdot 10^9 \text{ დიუმ}$$

$$\omega = 15326.4 \text{ ჰც}$$

$$\tau_{\max} = 2.3955 \cdot 10^9 \text{ პა}$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნები ცვლადებისათვის: $d \rightarrow x_1, D \rightarrow x_2$ და $N \rightarrow x_3$. ზოგიერთი მცირე გარდაქმნებისა და რიცხვითი მონაცემების შეტანის შემდეგ ამოცანა (19, 20, 21, 22, 23, 24, 25) შეიძლება ჩამოვყალიბოთ შემდეგნაირად: მოითხოვება ვიპოვოთ F მიზნის ფუნქციის გლობალური მინიმუმი, რომელიც გამოისახება ფორმულით:

$$F = \frac{(N + Q) \pi^2 \cdot D \cdot d^2 \cdot \rho \cdot g}{4}$$

$$= \frac{(N+2) \cdot 3,14^2 \cdot D \cdot d^2 \cdot 7,7 \cdot 10^4}{4}$$

შემდეგი შეზღუდვებისას:

$$0,0028 < x_1 < 0,01$$

$$0,0029 < x_2 < 0,04,$$

$$4 < N < 10$$

$$\psi_1 = \Delta - \frac{8 \cdot P \cdot D^3 \cdot N}{d^4 \cdot G} = 6,66389 \cdot 10^9 - \frac{8 \cdot 100 \cdot x_2^2 \cdot x_3}{x_1^4 \cdot 1} \leq 0;$$

$$\psi_2 = \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left[\frac{4 \cdot D - d}{4 \cdot D - 4 \cdot d} + \frac{0.615 \cdot d}{D} \right] - \tau_{\max} =$$

$$= 2,3955 \cdot 10^9 - \frac{8 \cdot 100 \cdot x_2}{3 \cdot 14 \cdot x_1^3} \left[\frac{4 \cdot x_2 - x_1}{4 \cdot x_2 \cdot 4 \cdot x_1} + \frac{0.615 \cdot x_1}{x_2} \right] \leq 0;$$

$$\psi_3 = \omega - \frac{d}{2 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot N} \sqrt{\frac{G}{2 \cdot \rho}} = 15326.4 - \frac{x_1}{2.3 \cdot 13 \cdot x_2^2 \cdot x_3} \leq 0;$$

$$\psi_4 = \bar{D} - (x_2 + x_1) = 0.06 - (x_2 + x_1) \leq 0.$$

კომპიუტერზე გამოთვლის შედეგები:

d= 7.64438E-03	D= 3.066848E-02	N= 8 F= 1.08327117009327
d= 0.0043165	D= 2.603896E-02	N= 10 F= 0.351907642142132
d= 2.800418E-03	D= 2.206045E-02	N= 10 F= 0.125487867239347
d= 2.591627E-03	D= 2.210905E-02	N= 6 F= 7.18067688371488E-02
d= 2.082347E-03	D= 2.303314E-02	N= 7 F= 5.43328392263734E-02
d= 2.021719E-03	D= 2.501739E-02	N= 5 F= 4.32655335070145E-02
d= 2.135251E-03	D= 2.158655E-02	N= 4 F= 3.56938202455244E-02
d= 2.122083E-03	D= 2.131301E-02	N= 4 F= 3.48081504165479E-02
d= 2.012712E-03	D= 2.021068E-02	N= 4 F= 2.96931177276912E-02
d= 2.016328E-03	D= 2.006637E-02	N= 4 F= 2.95871357104359E-02
d= 2.003114E-03	D= 2.008735E-02	N= 4 F= 2.92311361590823E-02
Optimum		
d= 2.003114E-03	D= 2.008735E-02	N= 4 F= 2.92311361590823E-02

დასკვნა

ნაშრომში დამუშავებულია გრეხასა და კუმშვა-გაჭიმვაზე მომუშავე ცილინდრული ზამბარების პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების გაანგარიშების მეთოდები. დასმული საკითხები წარმოდგენილია, როგორც არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანები. მიზნის ფუნქციის გლობალური ექსტრემუმის მოსაძიებლად გამოყენებულია სტოქასტიკური მეთოდი, კერძოდ ექსტრემუმის პოვნის შემთხვევითი ძებნის მეთოდი. დამუშავებულია შესაბამისი ალგორითმები, რომელიც რეალიზებულია ალგორითმული ენა Visual Basic-ის საშუალებით. მოცემულია საილუსტრაციო მაგალითები, რომლებიც რიცხვით მნიშვნელობამდე მიყვანილი.

ლური ექსტრემუმის მოსაძიებლად გამოყენებულია სტოქასტიკური მეთოდი, კერძოდ ექსტრემუმის პოვნის შემთხვევითი ძებნის მეთოდი. დამუშავებულია შესაბამისი ალგორითმები, რომელიც რეალიზებულია ალგორითმული ენა Visual Basic-ის საშუალებით. მოცემულია საილუსტრაციო მაგალითები, რომლებიც რიცხვით მნიშვნელობამდე მიყვანილი.

ლიტერატურა

1. Haug Edward, J. & Arora, Jasbir S. (1983). Applied Optimal Design. Mechanical And Structural Systems. The University of Iowa. New York: John Wiley & Sons.
2. Geminier, V. and Kagan, B. (1980). Methods of Optimal Design. Moscow: Energy.

UDC 614.841.33

SCOPUS CODE 1701

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2025-1-199-209>

Optimum Parameters of Cylindrical Springs Calculation of Values

Badri Gvasalia

Department of Computer-aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.

E-mail: gvasaliabadri01@gtu.ge

Tamar Kvachadze

Department of Computer-aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.

E-mail: tamuna.kvachadze@mail.ru

Reviewers:

T. Kvitsiani, professor faculty of civil engineering, GTU

E-mail: tarielkviciani@gtu.ru

Z. Sanikidze, associate professor, faculty of civil engineering, GTU

E-mail: z.sanikidze@gtu.ge

Abstract. Methods of calculating the values of optimal parameters of cylindrical springs are elaborated in the paper. The issues raised are presented as the tasks of non-linear mathematical programming. The stochastic method is used to show the global extremum of purpose, in particular, the random search method to find extremum. Appropriate algorithms are processed, which is realized by the algorithmic language through Visual Basic.

Keywords: non-linear mathematical programming; optimal design; random search method; springs.

განხილვის თარიღი 18.10.2024

შემოსვლის თარიღი 30.10.2024

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 25.03.2025