

UDC 620.1

SCOPUS CODE 2211

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2026-1-148-155>

მყარი სხეულის დეფორმირების რეალური დიაგრამის შეცვლა მის მრუდე ნაწილში ჩახაზული მრავალგვერდით

- ზურაბ მაძაგა** საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი. საქართველო
E-mail: z.madzagua@gtu.ge
- გივი დათუკიშვილი** საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის ასოცირებული პროფესორი. საქართველო
E-mail: g.datukishvili@gtu.ge
- იოსებ უთმელიძე** საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის ასისტენტ პროფესორი. საქართველო
E-mail: utmelidze.i@gtu.ge

რეცენზენტები:

- ბ. მაისურაძე**, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი, ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
E-mail: bo.maisuradze@gtu.ge
- ზ. გელაძე**, შპს IDM-ის დირექტორი, ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
E-mail: mail@idm.ge

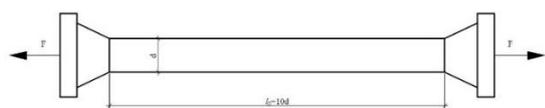
ანოტაცია. სტატიაში განხილულია მყარი სხეულის გაჭიმვის რეალური დიაგრამის შეცვლა ფიქტიური დიაგრამით იმ შემთხვევისთვის, როდესაც რეალური დიაგრამის არაწრფივი ნაწილი გამოირჩევა დიდი სიმრუდით. ამ დროს დიაგრამის მრუდწირულ ნაწილში მრავალგვერდის ჩახაზვით მიიღწევა ფიქტიური დიაგრამის საკმაო მიახლოება რეალურ დიაგრამასთან. რეალური დიაგრამის მაგივრად მრავალგვერდის ფორმის მქონე ფიქტიური

დიაგრამის გამოყენება საშუალებას იძლევა განარიშებებში თავიდან ავიცილოთ გამოთვლების განმეორებების (იტერაციის) პროცესი და საგრძნობლად გავამარტივოთ საბოლოო საიმედო შედეგების მიღება.

საკვანძო სიტყვები: დეფორმაციის რეალური და ფიქტიური დიაგრამები; დრეკადობის გავლადი პარამეტრების იტერაციის მეთოდი; წრფივად განმტკიცებადი დიაგრამა.

შესავალი

ყოველი სხეულის დეფორმაცია გარეგანი ძალების მოქმედების გამო აისახება ე.წ. ძაბვა-დეფორმაციის დიაგრამაზე. ყოველი სხეულის კონკრეტული მასალისათვის აღნიშნული დიაგრამა განისაზღვრება მისი ექსპერიმენტული შესწავლის საშუალებით. ამისათვის მასალის ნიმუშებს სპეციალური მოწყობილობების გამოყენებით ცდიან გაჭიმვაზე (კუმშვაზე). ცდების შედეგების ერთმანეთთან შედარებადობის მიზნით დადგენილია გაჭიმვაზე გამოსაცდელი ნიმუშების გარკვეული ზომები, რომლებიც აღიარებულია ტიპურ სახეებად (სტანდარტებად). ერთ-ერთი ასეთი ნიმუში მოცემულია 1-ელ სურათზე.



სურ. 1. გაჭიმვაზე გამოსაცდელი ნიმუშის ერთ-ერთი სახე.

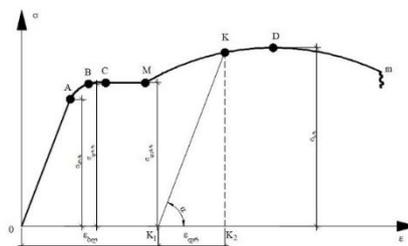
მე-2 სურ-ზე მოცემულია მცირენახშირბადიანი ფოლადის ნიმუშის გაჭიმვის დიაგრამა. დიაგრამის OA უბანი სწორი დახრილი ხაზია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ამ საზღვრებში დაცულია ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის წრფივი დამოკიდებულება და იგი განისაზღვრება ჰუკის კანონით:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1)$$

სადაც σ არის მოქმედი მექანიკური დამაბულობა (ძაბვა), ε – ნიმუშის დეფორმაცია მოქმედი ძალის მიმართულებით, ხოლო E – მასალის დრეკადობის მოდული, რომელიც მუდმივი სიდიდეა.

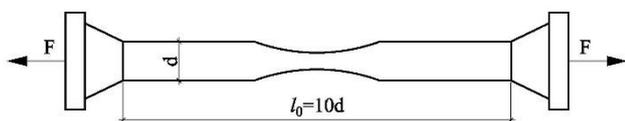
დიაგრამაზე მდებარე A წერტილს პროპორციულობის ზღვარი ეწოდება. დახრილი OA ხაზის დახ-

რის α კუთხის ტანგენსი ტოლია მასალის დრეკადობის მოდულისა, რადგან $\operatorname{tg}\alpha = \sigma/\varepsilon$, ხოლო (1)-ის თანახმად $E = \sigma/\varepsilon$. A წერტილის (ე.ი. $\sigma_{პრ.ზ.}$ -ის) ზემოთ დიაგრამა მრუდდება და ცხადია, (1) ფორმულით წარმოდგენილი დამოკიდებულება, აღარ შეესაბამება ჰუკის კანონს. A წერტილთან ახლოსაა B წერტილი, რომლისთვისაც მასალის დრეკადობა ჯერ კიდევ გარკვეულწილად ძალაში რჩება, თუმცა, ეს დამოკიდებულება აღარ არის წრფივი. დიაგრამის C წერტილიდან ხდება ძაბვა-დეფორმაციის დამოკიდებულების მკვეთრი ხარისხობრივი ცვლილება – დეფორმაცია სწრაფად იზრდება დატვირთვის გაზრდის გარეშე, ანუ C წერტილიდან ძაბვა შეესაბამება დენადობის ზღვარს ($C = \sigma_{დენ.ზ.}$), რომლის დროსაც დეფორმაციები იზრდება დატვირთვის (გამჭიმავი F ძალის) გაზრდის გარეშე. დიაგრამის ამ ჰორიზონტალურ უბანს დენადობის ბაქანი ეწოდება. D წერტილამდე ნიმუშის განივი კვეთების ზომები (დიამეტრი) ერთგვაროვნად მცირდება მთელ სიგრძეზე; შემდეგ, ყველაზე სუსტ კვეთში, ჩნდება ადგილობრივი შევიწროება – ე. წ. ყელი (სურ. 3), რომელიც სწრაფად ვითარდება. დიაგრამის D წერტილის შესაბამის ძაბვას უწოდებენ დროებითი წინაღობის ზღვარს (სურ. 2). საბოლოოდ ნიმუში გაწყდება, რასაც შეესაბამება m წერტილი.



სურ. 2. რბილი (მცირენახშირბადიანი) ფოლადის გაჭიმვის რეალური დიაგრამა.

თუ ნიმუშის განტვირთვას მოვახდენთ A წერტილამდე (იხ. სურ. 2), განტვირთვის ხაზი ზუსტად გაჰყვება დატვირთვის ხაზს და საბოლოოდ შეუთავსდება O წერტილს. თუ ნიმუშის განტვირთვას მოვახდენთ მაგ. K წერტილში, როგორც ცდები გვიჩვენებს, განტვირთვა ხდება სწორი ხაზის სახის; ამასთანავე, დრეკადობის მოდულის მნიშვნელობა უცვლელი რჩება. ე. ი. დიაგრამაზე KK_1 წრფე პარალელურია OA წრფისა. K_1K_2 მონაკვეთი შესაბამება დრეკად დეფორმაციას, OK_1 – ნარჩენ ანუ პლასტიკურ დეფორმაციას.



სურ. 3. ადგილობრივი შევიწროება (შესუსტება) გაჭიმულ დეროში.

თუ გაანგარიშების შედეგად მიღებული მაქსიმალური ძაბვა $\sigma_{max} \leq \sigma_{დრ.ზ}$ (მე-2 სურ-ზე B წერტილის შესაბამისი ძაბვა), მაშინ კონსტრუქცია მუშაობს დრეკად სტადიაში. ამ დროს ჰუკის კანონი ($\sigma = E\varepsilon$) მართებულია და დეფორმაციები ანუ კონსტრუქციის ელემენტების გეომეტრიული ცვლილების კანონები ექვემდებარება წრფივ (აფინურ) გარდაქმნებს და ერთიანი წარმოდგენა მოვლენების შესახებ აისახება სხეულის დრეკად სტადიაში მუშაობის თეორიით (დრეკადობის თეორიით).

თუ $\sigma_{max} \geq \sigma_{დრ.ზ}$. (მე-2 სურ-ზე B წერტილის შესაბამისი ძაბვა), მაშინ კონსტრუქცია მუშაობს დრეკადი სტადიის მიღმა. ამ დროს ჰუკის კანონი ირღვევა და ძაბვა არის დეფორმაციის რაღაც ფუნქცია

($\sigma = f(\varepsilon)$). ამიტომ გაანგარიშება მკვეთრად რთულდება და ერთიანი წარმოდგენა მოვლენის შესახებ აისახება პლასტიკურობის თეორიით.

ძირითადი ნაწილი

ამჟამად არსებობს პლასტიკურობის ორი ძირითადი თეორია.

პირველია დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების თეორია, რომლის განტოლებებიც აკავშირებს ძაბვებსა და დეფორმაციებს. ეს თეორია მართებულია მცირე დეფორმაციების ფარგლებში.

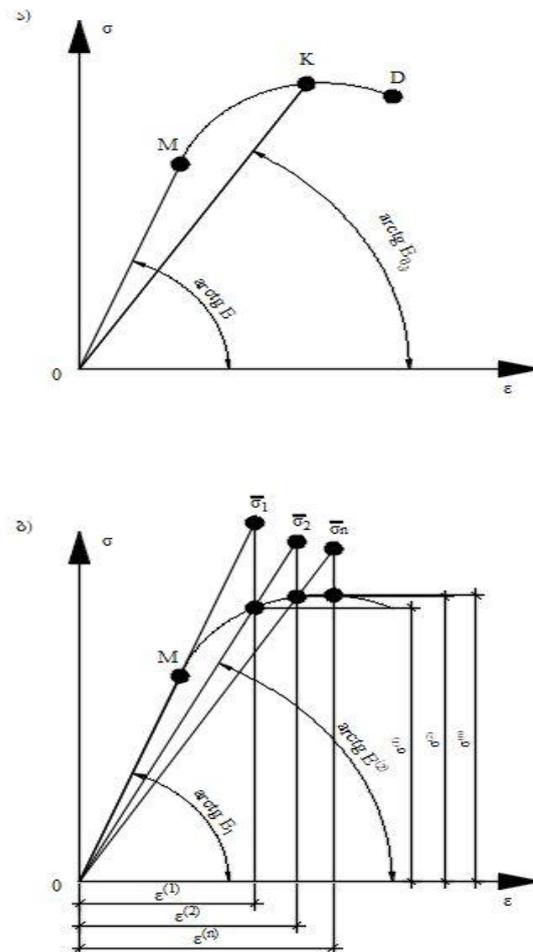
მეორეა პლასტიკური დენადობის თეორია, რომელიც მართებულია არა მარტო ჩვეულებრივი (მარტივი) დატვირთვის შემთხვევაში, რომელშიც იგი ემთხვევა დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების თეორიას, არამედ რთული დატვირთვების გარკვეულ საზღვრებშიც. ეს თეორია გამოიყენება ტექნოლოგიურ პრაქტიკაში, სადაც ხდება დიდი პლასტიკური დეფორმაციების კვლევა. ამიტომ სამშენებლო კონსტრუქციების გაანგარიშებებში პლასტიკურობის თეორიებიდან უპირატესობას ანიჭებენ მცირე დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების თეორიას.

როგორც აღვნიშნეთ, განტოლებები რომლებიც ერთმანეთთან აკავშირებს ძაბვებსა და დეფორმაციებს წრფივია ვიდრე $\sigma < \sigma_{დრ.ზ}$. ეს განტოლებები მართებულია დრეკადი დეფორმაციების საზღვრებში და ექვემდებარება ჰუკის კანონს. გარდა ამისა, თუ ძაბვას გავზრდით n -ჯერ, n -ჯერ გაიზრდება დეფორმაციაც. როდესაც $\sigma > \sigma_{დრ.ზ}$, მაშინ ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის წრფივად პროპორციული დამოკიდებულება ირღვევა. თუ K წერტილის შესაბამისი ძაბვის მქონე სხეულს მოვხსნით დატვირთვას, ძაბვა დაეცემა KK_1 წირის მიხედვით და სრუ-

ლი დეფორმაცია ($\epsilon_{სრ}$) ნულის ტოლი კი არ გახდება, არამედ დარჩება პლასტიკური დეფორმაცია ($\epsilon_{პლ}$) (იხ. სურ. 2). ამიტომ MD მონაკვეთს უწოდებენ დრეკადი დეფორმაციების „მიღმა“ არსებულ მონაკვეთს, ხოლო ამ მონაკვეთის საზღვრებში დამაბულ სხეულს უწოდებენ პლასტიკურობის სტადიაში მყოფს. ამ დროს გამოიყენება პლასტიკურობის თეორიის არაწრფივი განტოლებები, რომელთა გადაწყვეტისას პრაქტიკულ გაანგარიშებებში დიდ სირთულეებს ვაწყდებით. ამიტომ გავრცელდა ისეთი მიახლოებითი მეთოდები, რომლებსაც პლასტიკურობის თეორიის ამოცანების გადაწყვეტა დაჰყავთ დრეკადობის თეორიის ჩვეულებრივი ამოცანების ამოხსნის გარკვეულ თანამიმდევრობაზე, რაც მნიშვნელოვნად ამარტივებს პრობლემას. ერთ-ერთი ასეთი მეთოდი არის დრეკადობის ცვლადი პარამეტრების მეთოდი (Birger, I. A., & Mavlyutov, R. R. 1986), რომელსაც ამოცანის გადაწყვეტა ჰენკი-ილიუმინის მცირე დრეკად-პლასტიკური თეორიის გამოყენებით დაჰყავს დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნის აღნიშნულ თანამიმდევრობაზე, ე.ი. გაანგარიშებების გამოორებაზე (იტერაციაზე). ამ მეთოდის თანახმად დრეკადობის მოდული იცვლება ე. წ. მკვეთი მოდულით (სურ. 4,ა). მაგრამ რადგან მკვეთი მოდულის მნიშვნელობა წინასწარ უცნობია, ამოცანის გადაწყვეტა ხორციელდება თანამიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით (სურ. 4,ბ).

პირველი მიახლოების შემთხვევაში მასალა დრეკადია ($E_{mk}^{(1)} = E$) და ამოცანის გადაწყვეტა ხდება დრეკადობის თეორიის ფარგლებში: განისაზღვრება მაქსიმალური ძაბვა $\bar{\sigma}^{(1)}$ და მისი ეკვივალენტური

დეფორმაცია ჰუკის კანონით $\epsilon^{(1)} = \frac{\bar{\sigma}^{(1)}}{E}$.

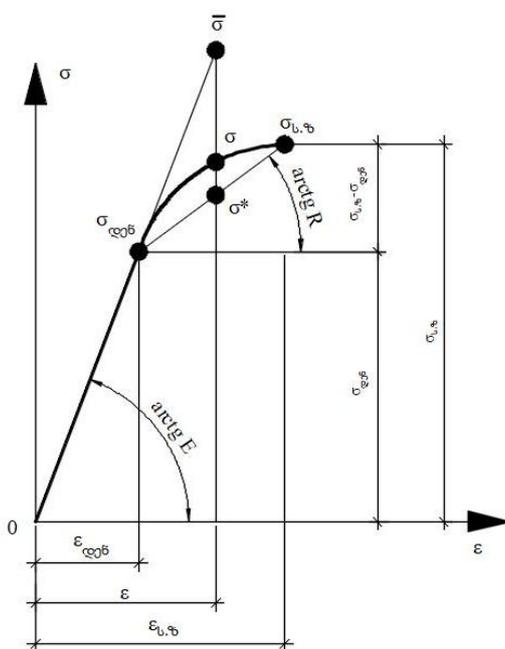


სურ. 4. ა) მკვეთი მოდული; ბ) მკვეთი მოდულების ცვლილება დრეკადობის ცვლადი პარამეტრების მეთოდის გამოყენებისას.

დეფორმაციის მრუდიდან აიღება $\sigma^{(1)}$ სიდიდე. $\sigma^{(1)}$ -ის შესაბამისი მკვეთი მოდული იქნება $E^{(2)} = \frac{\sigma^{(1)}}{\epsilon^{(1)}}$. მეორე მიახლოებისას იგულისხმება, რომ მასალის დრეკადობის მოდული განსახილველი K წერტილის სიახლოვეში (იხ. სურ. 4,ბ) არის $E^{(2)}$ და ხელახლა ხდება ამოცანის გადაწყვეტა დრეკადობის თეორიის ფარგლებში. გაანგარიშების შე-

დეგად მიიღება $\bar{\sigma}^{(2)}$ და, შესაბამისად, $\varepsilon^{(2)} = \frac{\bar{\sigma}^{(2)}}{E^{(2)}}$. დეფორმაციის მრუდიდან აიღება $\sigma^{(2)}$, განისაზღვრება $E^{(3)} = \frac{\sigma^{(2)}}{\varepsilon^{(2)}}$ და ა. შ. გაანგარიშებათა გამეორების (იტერაციის) პროცესი ითვლება დამთავრებულად, თუ n -ური მიახლოებისათვის $|\sigma^{(n)} - \sigma^{(n-1)}| < \Delta_1$ და $|\sigma^{(n)} - \sigma^{(n-1)}| < \Delta_2$. აქ Δ_1 არის მიახლოებათა კრებადობის სასურველი სიზუსტე, ხოლო Δ_2 –

გაანგარიშებათა სასურველი სიზუსტე. ამრიგად, კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის მცირე დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების ფაზაში აუცილებელია მასალის დეფორმაციის დიაგრამის გამოყენება. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ მე-4, ა სურ-ზე ნაჩვენებ დიაგრამას ეწოდება პირობითი. პირობითია იმიტომ, რომ მასში პროპორციულობის ზღვარი და დენადობის ზღვარი (სურ. 2) თანხვედნილია და აგრეთვე „დენადობის ბაქნის“ არსებობა უგულებელყოფილია.



სურ. 5. რეალური დიაგრამის შეცვლა წრფივად განმტკიცებადი ფიქტიური დიაგრამით.

მე-5 სურ-ზე ნაჩვენებია პირობითი დიაგრამა წრფივი განმტკიცებით, რომელზეც მე-4, ა სურათის დიაგრამის მრუდი წარმოდგენილია სწორი ხაზის სახით (მე-2 სურ-ის $\sigma_{დენ.ზ}$ და $\sigma_{ს.ზ.ზ}$ -ის შესაბამისი წერტილები შეერთებულია ერთმანეთთან სწორი ხაზით). ეს კეთდება იმისათვის, რომ თავი ავარიდოთ

გაანგარიშების გამეორების (იტერაციის) პროცესს. მოვლენის არსის უფრო ნათლად წარმოდგენის მიზნით განიხილება შემდეგი ამოცანა: გაანგარიშებით მიღებული მაქსიმალური ძაბვა მეტია დენადობის ზღვარზე ($\sigma > \sigma_{დენ.}$) (სურ. 5). იგი არ მდებარეობს არც რეალურ და არც წრფივად განმტკიცებად დიაგრა-

შეცვლილია ორი სწორი ხაზით. ამ შემთხვევაშიც σ' ძაბვა განისაზღვრება იტერაციის გარეშე. თუ σ' მოთავსებულია σ_1 -სა და $\sigma_{b,b}$ -ს შორის, მაშინ

$$\sigma' = \sigma_1 + (\varepsilon_{b,b} - \varepsilon) N, \quad (3)$$

$$\text{სადაც } \varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E}; \quad \varepsilon_{b,b} = \frac{\sigma_{b,b}}{E}; \quad N = \frac{\sigma_{b,b} - \sigma_1}{\varepsilon_{b,b} - \varepsilon_1}.$$

ამ შემთხვევაში წრფივად განმტკიცებადი დიაგრამის (სურ. 6) აღწერისათვის საჭირო პარამეტრებია $\sigma_{ფენ.}$, σ_1 , $\sigma_{b,b}$, საწყისი E და განმტკიცებადი წრფის N მოდულები. ამ დროსაც დიაგრამიდან

$$\text{აიღება მხოლოდ } \varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E}.$$

თუ σ' ძაბვა მდებარეობს $\sigma_{ფენ.}$ -სა და σ_1 -ს შორის, მაშინ

$$\sigma' = \sigma_{ფენ.} + (\varepsilon_{b,b} - \varepsilon) R, \quad (4)$$

$$\text{სადაც } \varepsilon_{ფენ.} = \frac{\sigma_{ფენ.}}{E}; \quad \varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E}; \quad R = \frac{\sigma_{b,b} - \sigma_{ფენ.}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_{ფენ.}}.$$

დასკვნა

თუ გაჭიმული ღეროს გაანგარიშება დრეკადობის თეორიით იძლევა ძაბვის ისეთ მნიშვნელობას, რომელიც აჭარბებს დენადობის ზღვარს, მაშინ გაანგარიშება არ ასახავს სინამდვილეს, რადგან მიღებული ძაბვა არ მდებარეობს დეფორმირების მრუდზე. ისეთი გაანგარიშების ჩატარება, რომლის დროსაც ძაბვა იქნება განთავსებული დეფორმირების მრუდზე, მოითხოვს პლასტიკურობის თეორიის გამოყენებას, რაც საკმაო სირთულეებთან არის დაკავშირებული. ამიტომ მიმართავენ მიახლოებით მეთოდებს. ერთ-ერთი მათგანია წარმოდგენილი დეფორმირების წრფივად განმტკიცებადი დიაგრამის გამოყენება. თუ დიაგრამის არაწრფივი ნაწილი გამოირჩევა დიდი სიმრუდით, მაშინ შესაძლებელია სტატიაში შემოთავაზებული ხერხის გამოყენება, რომელიც გულისხმობს მრუდში მრავალგვერდის ჩახაზვას (იხ. სურ. 6). შესაბამისად, σ ჭეშმარიტი ძაბვის განსაზღვრის ნაცვლად ვსაზღვრავთ σ' ძაბვას, რომელიც ახლოსაა მასთან.

ლიტერატურა

1. Samul, V. I. (1982). *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity*. Moscow: Vysshaya Shkola.
2. Birger, I. A., & Mavlyutov, R. R. (1986). *Strength of materials*. Moscow: Nauka.
3. Filin, A. P. (1974). *Modern problems of using computers in solid deformable body mechanics*. Leningrad: Stroyizdat.
4. Batsikadze, T., & Nizharadze, D. (2016). *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity*. Tbilisi: Technical University.
5. Feodosiev, V. I. (2007). *Strength of materials*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Press.
6. Filippov, A. S. (2024). *Numerical methods in deformable solid mechanics*. Moscow.

UDC 620.1

SCOPUS CODE 2211

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2026-1-148-155>

Replacement of a Real Diagram of Deformation of a Solid Body With One Insignified in its Curvilinear Part of a Multilateral

- Zurab Madzagua** Georgian Technical University, Doctor of Technical Sciences Faculty of Construction, Georgia
E-mail: z.madzagua@gtu.ge
- Givi Datukishvili** Georgian Technical University, Faculty of Construction, Associate Professor, Georgia
E-mail: g.datukishvili@gtu.ge
- Ioseb Utmelidze** Georgian Technical University, Faculty of Construction, Associate Professor, Georgia
E-mail: utmelidze.i@gtu.ge

Reviewers:

B. Maisuradze, Georgian Technical University Professor, Faculty of Civil Engineering, Candidate of Technical Sciences

E-mail: bo.maisuradze@gtu.ge

Zurab Geladze, Ltd IDM, Director, Candidate of Technical Sciences

E-mail: mail@idm.ge

Abstract. The article considers the issue of replacing a real solid body tension diagram with a fictitious diagram for the case when the nonlinear part of the diagram is characterized by a large curvature. In this case, by inscribing in the curvilinear part of the diagram, a fairly good approximation of the fictitious diagram to its real form is achieved. The use of a fictitious diagram with the inclusion of a multilateral part allows one to avoid the process of repeated calculations (iteration) in the calculations and significantly simplify the calculation with the receipt of a final reliable result

Keywords: Iteration method for determining strain parameters; Linear hardening diagram; Real and fictitious strain diagram.

განხილვის თარიღი 06.10.25

შემოსვლის თარიღი 29.12.25

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 25.03.2026