

UDC 624.042.3+539.3+624.046.2+624.041.4

SCOPUS CODE 2201

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2025-3-260-269>

სხვადასხვა განივკვეთის კოჭების გაანგარიშების საკითხები დრეკად-პლასტიკური რთული დეფორმაციების შემთხვევებში

თამაზ ბაციკაძე	საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68 ^ბ E-mail: t.batsikadze@gtu.ge
ნუგზარ მურღულია	საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68 ^ბ E-mail: n.murghulia@gtu.ge
ჯუმბერ ნიჟარაძე	საინჟინრო მექანიკისა და მშენებლობის ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68 ^ბ E-mail: n.murghulia@gtu.ge

რეცენზენტები:

ნ. მსხილაძე, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: n.mskhiladze@gtu.ge

დ. ტაბატაძე, სტუ-ის სამშენებლო ფაკულტეტის პროფესორი

E-mail: d.tabatadze@gtu.ge

ანოტაცია. დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების შემთხვევაში, მართკუთხა განივკვეთის კოჭისათვის, მოცემულია რეალურად მიმდინარე პროცესი სუფთა ღუნვისას ანუ ძაბვასა და დეფორმაციას შორის არაწრფივი დამოკიდებულება. როცა $E = 0$, მიღებულია $\frac{M}{I_n} = \frac{F}{R^n} = \frac{\sigma}{y^n}$ პროპორციები, რომლებიც ღუნვის ნამდვილ სურათს გამოხატავს. გამოყვანი-

ლია ჩაღუნვის გამოსათვლელი განტოლება და ამოხსნილია კონკრეტული მაგალითი მისი გამოყენებით. სამკუთხა ფორმის განივკვეთის მაგალითზე ნაჩვენებია კოჭის განივკვეთის ფორმის გავლენა მოყვანილ გაანგარიშებებზე.

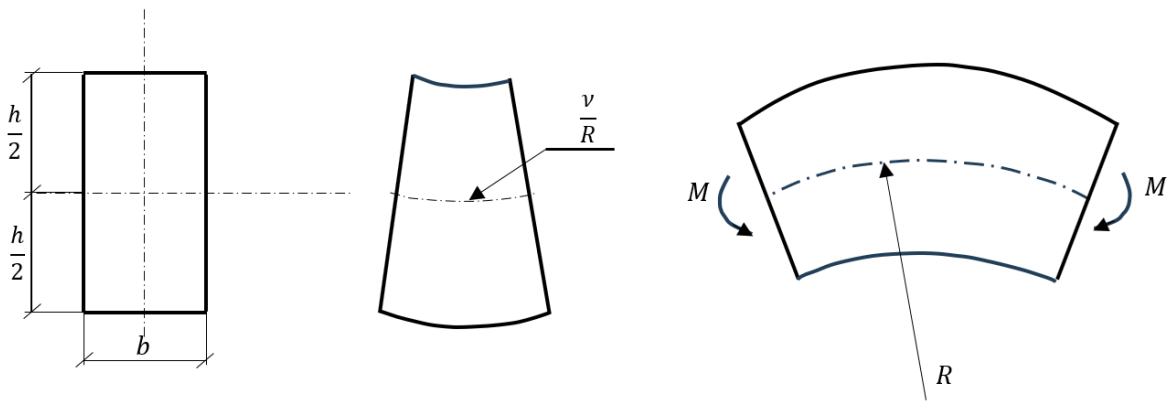
განხილულია ამოცანა, როცა კოჭს აქვს ერთდროულად რთული მოხაზულობის განივკვეთი და რთული დეფორმაციის პირობებში იმყოფება. ირიბი

ლუნვისას მოყვანილია სრული პლასტიკური მომენტის გამოსახულება და დადგენილია მისი მიმართულება ცენტროიდული ფოკუსების საშუალებით.

საკვანძო სიტყვები: არაწრფივი დამოკიდებულება; დრეკად-პლასტიკური დეფორმაცია; ნეიტრალური სიბრტყე; პლასტიკური ღუნვა; სიმრუდის რადიუსი; ჩაღუნვა; ცენტროიდული ფოკუსები; ძაბვა.

შესავალი

ერთი შეხედვით კოჭის პლასტიკური დეფორმაციების მაგ., ღუნვის ამოცანის გადაწყვეტა თითქოს მარტივად უნდა მოხდეს მათემატიკური ანალიზის საფუძველზე. სინამდვილეში ზუსტი ამონახსნები დღემდე არ არსებობს და ყველა არსებული თეორია გარკვეულ დაშვებებს ეყრდნობა, რომლებიც გარკვეული ხარისხით აზუსტებს ამონახსნებს. ეს თეორიები სასარგებლოა, თუ არ გამოვალთ მიღებული დაშვების საზღვრებიდან და შესაძლებლობების ფარგლებში ექსპერიმენტულად დავაზუსტებთ.



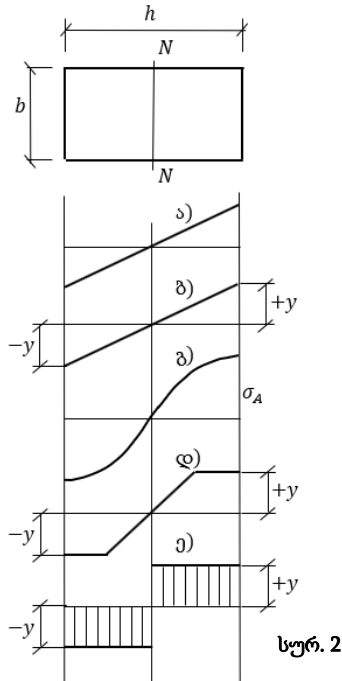
სურ. 1

ეს სირთულეები განვიხილოთ ჯერ კოჭის სუფთა ღუნვის შემთხვევაში (სურ. 1), ე. ი. მღუნავი მომენტი მუდმივია, განივი ძალები არა გვაქვს და დენადობის ზღვარი არ არის მიღწეული, განივკვეთები ბრტყელია. თუ R ნეიტრალური ღერძის სიმრუდის რადიუსია ღუნვის სიბრტყეში, მაშინ მართობულ სიბრტყეში სიმრუდე $\frac{v}{R}$ იქნება, სადაც v პუასონის კოეფიციენტია. დატვირთვის შემდგომი გაზრდით პლასტიკური დეფორმაცია თანდათან გავრცელდება მაქსიმალურად დაშორებული ბოქკოებიდან შუა სიბრტყისკენ, რის შედეგადაც პუა-

სონის კოეფიციენტი იცვლება განივკვეთის შესაბამისად და დაახლოებით 0,5-ია პლასტიკურ ზონაში. იმისათვის, რომ შევინარჩუნოთ დეფორმაციების აუცილებელი უწყვეტობა დრეკადი და პლასტიკური დეფორმაციების საზღვარზე, უნდა შევინარჩუნოთ ზოგიერთი განივი ძაბვა. ამ სირთულის გადასაღებად ზოგიერთი ავტორი მასალას უკუმშვად თვლის, ე. ი. $\nu = 0,5$ როგორც დრეკადი, ისე პლასტიკური დეფორმაციების პირობებში. ამით მათემატიკური აპარატი მარტივდება, მაგრამ რეალურად ეს დაშვება ნიშნავს განივი ძაბვების

უგულებელყოფას. ამავე დროს დრეკადი სტადიის ფარგლებში კვლავ ძალაში ტოვებენ ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზას (მხები ძაბვები მცირეა ნორმალურთან შედარებით). მაგრამ, ეს ასეა მხოლოდ

ისეთ შემთხვევაში, როცა კოჭის სიგრძე გაცილებით აღემატება მისი განივი კვეთის ზომებს. ზუსტად ასეთივეა დაშვებები პლასტიკური ღუნვის დროსაც.



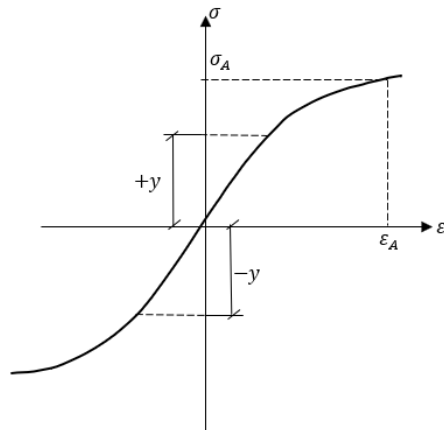
სურ. 2

როგორც ღუნვის ელემენტარული თეორიიდან ცნობილია, 1-ელ სურ-ზე ნაჩვენებ მართკუთხა კვეთის მქონე კოჭის სუფთა ღუნვის შემთხვევაში, ძაბვები კვეთში ხაზოვნად არის განაწილებული და

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot \frac{h}{2}}{I}, \quad (1)$$

სადაც I ინერციის ღერძული მომენტი ნეიტრალური ღერძის მიმართ. დავუშვათ, რომ კოჭი დამზადებულია ისეთი მასალისაგან, რომლისთვისაც ძაბვა-დეფორმაციის მრუდები გაჭიმვასა და კუმშვაზე ერთნაირია (სურ. 2).

M მომენტის გაზრდით ძაბვების ხაზოვანი განაწილება შენარჩუნდება, ვიდრე მაქსიმალური ნორმალური ძაბვა არ გაუტოლდება დენადობის



სურ. 3

ზღვარს $\sigma_{max} = \sigma_A$ (სურ. 3). M -ის შემდგომი გაზრდით ნეიტრალური ღერძიდან დაშორებულ ბოჭკოებში ძაბვების განაწილება გახდება არახაზოვანი. ფარდობითი დეფორმაცია ნეიტრალური ღერძიდან y მანძილზე მცირე დეფორმაციების დროს არის $e = \frac{y}{R}$. აქ R გაღუნული კოჭის ნეიტრალური ღერძის სიმრუდის რადიუსია. ფარდობითი დეფორმაცია ნეიტრალური ღერძიდან მაქსიმალურად $y = \pm \frac{h}{2}$ დაშორებულ ბოჭკოებში აღვნიშნოთ ϵ_A , მაშინ მისი შესაბამისი σ_A ძაბვა შეიძლება უშუალოდ ძაბვა-დეფორმაციის დიაგრამიდან ავიღოთ. ამ შემთხვევაში ძაბვების განივკვეთში განაწილების სურათს მივიღებთ, თუ ამ დიაგრამას სიმეტრიულად გადა-

ვიტანთ ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ (სურ. 3). ამასთან ერთი ნაწილი (ზედა) შეესაბამება გაჭიმვას, მეორე ქვედა – კუმშვას. აქ მთავარი ის არის, რომ დიაგრამის ე. წ. დადებითი და უარყოფითი ფართობების ტოლობა უზრუნველყოფს კვეთში მოქმედ ნორმალურ ძაბვათა ტოლქმედის ნულთან ტოლობას, ვიდრე კვეთი NN ნეიტრალური ღერძის სიმეტრიულია. ასეთ შემთხვევაში

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma \cdot b \cdot y \cdot dy. \quad (2)$$

ძირითადი ნაწილი

ზემოთ მოყვანილი მსჯელობიდან გამოდინარე, განვიხილოთ რეალურად მიმდინარე პროცესი ანუ ძაბვასა და დეფორმაციას შორის არახაზოვანი დამო-

კიდებულების შემთხვევა. შემოთავაზებულია შემდეგი დამოკიდებულება ძაბვასა და დეფორმაციას შორის

$$\sigma = E \cdot e + F \cdot e^n; \quad e = y/R. \quad (3)$$

მღუნავი მომენტისათვის ვღებულობთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\frac{Eby^2}{R} + \frac{Fby^{n+1}}{R^n} \right) dy = \frac{E}{R} I_1 + \frac{F}{R^n} I_n \quad (4)$$

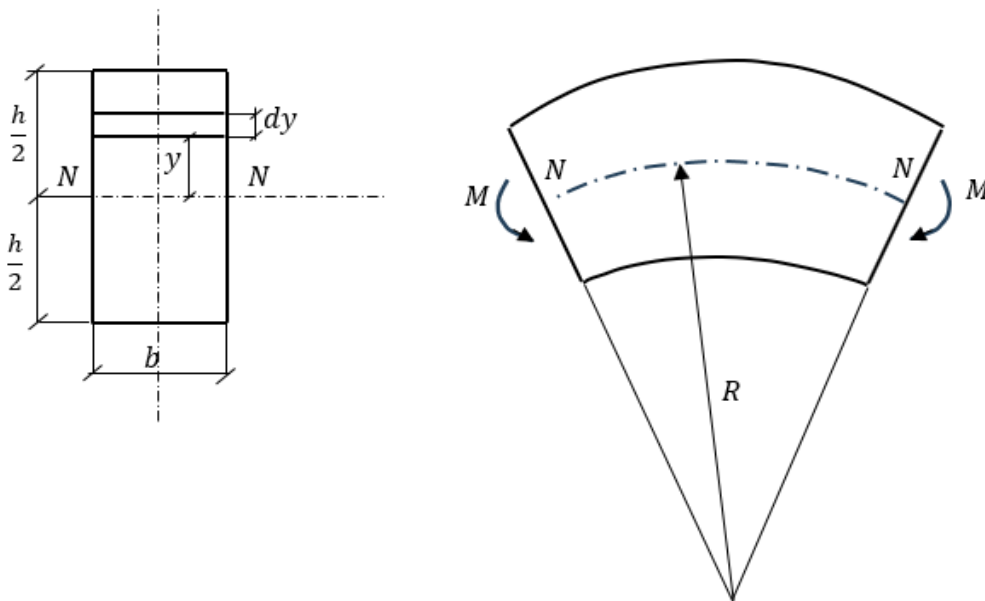
სადაც

$$I_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b \cdot y^2 \cdot dy$$

და

$$I_n = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b \cdot y^{2n+1} \cdot dy. \quad (5)$$

შესაბამისი აღნიშვნები მოცემულია მე-4 სურ-ზე. ასე, მაგალითად, I_1 კვეთის ინერციის მომენტი;



სურ. 4

I_n – ინტეგრალი, რომელიც შეესაბამება ძაბვა - დეფორმაციის არახაზოვან დამოკიდებულებას და მღუნავი მომენტის რეალურ სიდიდეს აზუსტებს. ახლა ვთქვათ, რომ (3) - ში $E = 0$, მაშინ ოპერაციებით მივიღებთ შემდეგ დამოკიდებულებას:

$$\frac{M}{I_n} = \frac{F}{R^n} = \frac{\sigma}{y^n}. \quad (6)$$

ეს პროპორციები ღუნვის ნამდვილ სურათს გამოხატავს, რადგან თუ n -ს გავუტოლებთ 1-ს ($n = 1$), მივიღებთ იმ მარტივ კერძო შემთხვევას, რომელსაც იყენებენ კოჭის დრეკადი ღუნვის გაანგარიშებისას. რაც შეეხება I_n -ს, მისი გამოსახულება $b = const$ პირობებში იქნება:

$$I_n = \frac{bh^{n+2}}{2^{n+2}(n+2)}. \quad (7)$$

გაანგარიშების შემდეგი ეტაპი ჩაღუნვების გამოთვლაა. განვიხილოთ ზოგადი შემთხვევა: 1) ღუნვის არაწრფივი თეორია; 2) მასალა, რომლისთვისაც ძაბვა-დეფორმაციების მრუდები კუმშვასა და გაჭიმვის დროს სხვადასხვაა. რადგან სიმრუდის რადიუსი პრაქტიკულად საკმარისად დიდია იმისათვის, რომ ფარდობა $\frac{dy}{dx}$ მცირე იყოს, ამიტომ სიმრუდე

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (8)$$

ჩაღუნვის გამოსათვლელი განტოლების მისაღებად სიმრუდე (8) -დან შევიტანოთ (6) - ში:

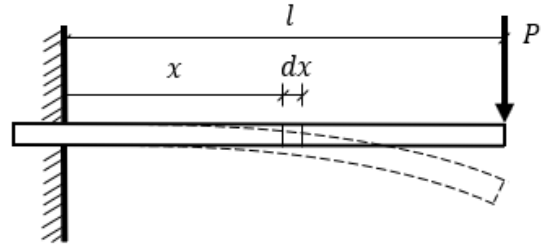
$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{M}{F \cdot I_n}\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (9)$$

განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი: ხისტად ჩამაგრებული კონსოლური l სიგრძის კოჭი, რომლის თავისუფალ ბოლოზე მოდებულია P ძალა (სურ. 5). ამ შემთხვევაში მღუნავი მომენტი $M = P(l - x)$ და

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-C(l-x)^{\frac{1}{n+1}}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} + B. \quad (10)$$

როცა $x = 0$; $\frac{dy}{dx} = 0$, ამიტომ ინტეგრების მუდმივა

$$B = C \cdot e^{\frac{1}{n+1}} / \left(\frac{1}{n} + 1\right), \quad (11)$$



სურ. 5

სადაც $C = \left(\frac{P}{F \cdot I_n}\right)^{\frac{1}{n}}$. კიდევ ერთხელ გაინტეგრებით მივიღებთ

$$y = \frac{C(l-x)^{\frac{1}{n+2}}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{n} + 2\right)} + B \cdot x + D. \quad (12)$$

როცა $x = 0$; $y = 0$; $D = -C \cdot l^{\frac{1}{n+1}} / \left(\frac{1}{n} + 1\right) \left(\frac{1}{n} + 2\right)$.

აქედან გამომდინარე

$$y = \frac{C \cdot l^{\frac{1}{n+2}}}{\left(\frac{1}{n} + 1\right)\left(\frac{1}{n} + 2\right)} \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)^{\frac{1}{n+2}} + \frac{x}{l} \left(\frac{1}{n} + 2\right) - 1 \right]. \quad (13)$$

P ძალით გამოწვეული მაქსიმალური ჩაღუნვა იქნება:

$$W_P = \frac{C \cdot l^{\frac{1}{n+2}}}{\left(\frac{1}{n} + 1\right)\left(\frac{1}{n} + 2\right)} \left(\frac{1}{n} + 1\right) = P^{\frac{1}{n}} \cdot f. \quad (14)$$

დრეკადი ღუნვის შემთხვევაში $n = 1$ და

$$W_P = \frac{P \cdot l^3}{3EF}.$$

ახლა ვაჩვენოთ, რომ სუპერპოზიციის პრინციპი დასაშვებია მხოლოდ დრეკადი დეფორმაციის შემთხვევაში, ე. ი. როცა $n = 1$. მართლაც, ვთქვათ, კონსოლის თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს კიდევ ერთი P_1 ძალა. მაშინ (14)-დან $W_{P_1} = P_1^{\frac{1}{n}} \cdot f$. ორივე ძალის ერთდროული მოქმედებით გამოწვეული ჩაღუნვა

$$W = (P + P_1)^{\frac{1}{n}} \cdot f.$$

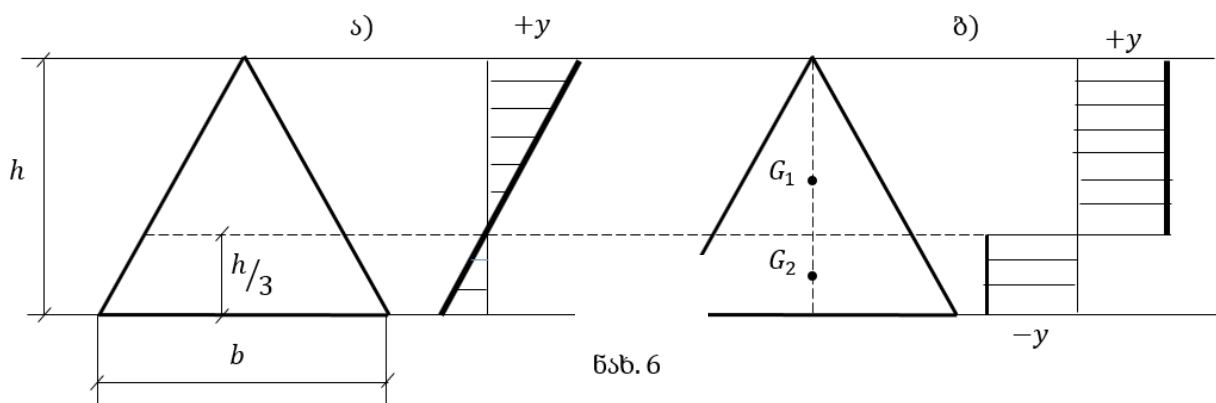
შეგნიშნოთ, რომ $W \neq W_p + W_{p_1}$ ანუ $(P + P_1)^{\frac{1}{n}} \neq P^{\frac{1}{n}} + P_1^{\frac{1}{n}}$, ვიდრე $n \neq 1$ ანუ სუპერპოზიციის პრინციპი მართებულია მხოლოდ კოჭის ღუნვის დრეკადი დეფორმაციების შემთხვევაში.

ახლა ვნახოთ რა გავლენას ახდენს განივკვეთის ფორმა ზემოთ მოყვანილ გაანგარიშებაზე. როგორც ითქვა, მართკუთხა კვეთის მქონე იდეალურად დრეკად-პლასტიკური მასალისაგან დამზადებული კოჭისათვის $M_{პლ}/M_{დრ} = 1,5$. $M_{პლ}$ არის მღუნავი მომენტი, რომელიც მთელ კვეთში იწვევს პლასტიკურ დეფორმაციას; $M_{დრ}$ - მღუნავი მომენტი ამავე კვეთში დრეკადი დეფორმაციების პირობებში, გარდა განაპირა ბოჭკოებისა, რომლებშიც უკვე მიღწეულია დენადობის ზღვარი. ამ შეფარდებას ფორმის კოეფიციენტი ეწოდება.

წრიული კვეთის კოჭისათვის r რადიუსით: $M_{პლ} = \frac{4}{3}r^3 \cdot y$ და $M_{დრ} = \frac{\pi}{4}r^3 \cdot y$. ამ შემთხვევაში ფორმის კოეფიციენტი ტოლი იქნება: $\frac{M_{პლ}}{M_{დრ}} = \frac{16}{3\pi} \approx 1,7$ ანუ წრიული კვეთის კოჭის შესაძლებლობა, მთელ

კვეთში პლასტიკური დეფორმაციების გავრცელების მომენტში მეტია, ვიდრე სტანდარტული 1,5.

გადავიდეთ არასიმეტრიულ განივკვეთებზე. დრეკადი ღუნვის დროს ნეიტრალური სიბრტყე გადის კვეთის ცენტრზე, მაგრამ პლასტიკური დეფორმაციების გამოჩენის შემდეგ ასე აღარ არის. მისი მდებარეობა იცვლება პლასტიკური ფენის ზრდასთან ერთად, მაგრამ, როცა პლასტიკური დეფორმაციები მოიცავს განივკვეთს მთლიანად, მაშინ ნეიტრალური სიბრტყის პოვნა ადვილი თუ, როგორც დრეკადი დეფორმირების შემთხვევაში, განვიხილავთ ძალთა წონასწორობის პირობას. მოცემულ მაგალითში (სუფთა ღუნვა) გამჭიმავ ძალთა ჯამი ნეიტრალური სიბრტყის ერთ მხარეს ტოლი უნდა იყოს მკუმშავ ძალთა ჯამისა ნეიტრალური სიბრტყის მეორე მხარეს. რადგან ნორმალური ძაბვა კვეთში მუდმივია და y -ის ტოლია, წონასწორობის პირობიდან ვღებულობთ: ნეიტრალური სიბრტყის მდებარეობა ისეთი უნდა იყოს, რომ კვეთის ფართობები მის ზემოთ და ქვემოთ ტოლი იყოს.



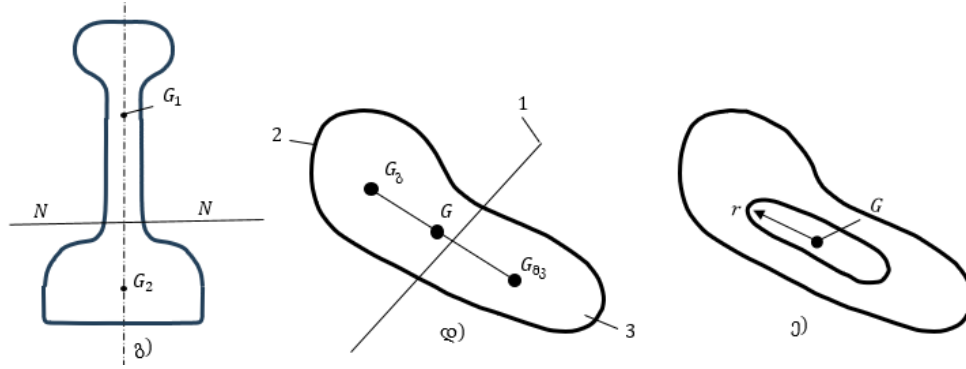
სურ. 6

განვიხილოთ მაგალითი, როცა კოჭის განივკვეთი არის ტოლფერდა სამკუთხედი (სიმაღლე - h ; ფუძე - b) (სურ. 6, ა). ასეთ შემთხვევაში ნეიტრალური სიბრტყე ღუნვის დროს ფუძის პარალელურია. სუფთა დრეკადი ღუნვის დროს ნეიტრალური ღერძი ფუძიდან $\frac{h}{3}$ მანძილზე გადის. ადვილია იმის ჩვენება, რომ იმ მომენტში, როცა ღეროს წვერში ძაბვა დენადობის ზღვარს მიაღწევს - $M_{დრ} = y \cdot \frac{bh^2}{24}$. სრული პლასტიკური ღუნვის მიღწევისას ნეიტრალური ღერძი წვეროდან $h/\sqrt{2}$ მანძილით იქნება დაშორებული. შეიძლება დავამტკიცოთ, რომ გამჭიმავი ძაბვების ტოლქმედი გადის ნეიტრალური ღერძის ზემოთ მდებარე სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრზე (G_1 წერტილზე), ხოლო მკუმშავი ძაბვების ტოლქმედი ნეიტრალური ღერძის ქვემოთ მდებარე ტრაპეციის სიმძიმის ცენტრზე (G_2 წერტილზე). მღუნავი მომენტი $M_{კლ} = (2 - \sqrt{2}) \frac{ybh^2}{6}$, ხოლო ფორმის კოეფიციენტი სამკუთხა კვეთისათვის - $4(2 - \sqrt{2}) \approx 2,34$.

ბოლოს განვიხილოთ ამოცანა, როცა ერთდროულად გვაქვს რთული მოხაზულობის განივი კვეთი და რთული დეფორმაცია (ჩვენი კვლევის საგნის მიხედვით ირიბი ღუნვა). 6, გ სურ-ზე ნაჩვენებია რთული განივი კვეთი, რომლის ფართობია A , ხოლო ნეიტრალურ ღერძს მივცეთ ნებისმიერი NN მდებარეობა. თუ კვეთი მთლიანად არის მოცული პლასტიკური დეფორმაციებით, განივი კვეთის მიმართ ძაბვების მართობულობის გამო, ძალთა წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე, კვეთის ფართობის $A_{გაჭ}$ ნაწილი, რომელზეც გამჭიმავი ძაბვები მოქმედებს (ნეიტრალური ღერძის ერთ მხარეს) ტოლი უნდა იყოს კვეთის ფართობის $A_{გაჭ}$ ნაწილისა, რომელზეც მკუმშავი ძაბვები მოქმედებს (ნეიტრალური ღერძის მეორე მხარე). წონასწორობის პირობაა

$$y \cdot A_{გაჭ} - y \cdot A_{გაჭ} = 0; \quad \text{ე. ი. } A_{გაჭ} = A_{გაჭ}.$$

ნეიტრალური ღერძის მდებარეობა, ყოველი მოცემული მიმართულებისათვის, მოიძებნება მოცემული კვეთის ბისექტრისების ჯგუფიდან. როგორც სურათიდან ჩანს, გამჭიმავი ძაბვების ტოლქმედი $y \cdot A_{გაჭ}$ გადის $A_{გაჭ}$ ფართობის $G_{გაჭ}$ ცენტრზე, ხოლო მკუმშავი ძაბვების $y \cdot A_{გაჭ}$ ტოლქმედი - $A_{გაჭ}$ ფართობის $G_{გაჭ}$ ცენტრზე. აქედან გამომდინარე, კვეთში აღძრული სრული პლასტიკური მომენტი $M_{კლ} = r \cdot A \cdot y$. ამ მომენტის მიმართულება $G_{გაჭ}G_{გაჭ}$ მონაკვეთის მართობულია. სურათიდან $G_{გაჭ}G_{გაჭ} = 2r$ და ამ მონაკვეთის შუა წერტილი იქნება მთლიანი კვეთის ცენტრი G . $G_{გაჭ}$ და $G_{გაჭ}$ ფოკუსებს ეწოდება ცენტროიდული ფოკუსები (სურ. 6, გ, დ, ე).



სურ. 7

თუ ისინი ცნობილია, $M_{კლ}$ ნებისმიერი ღერძისათვის ადვილად მოიძებნება, რადგან r მონაკვეთი G -დან ფოკუსამდე მომენტის მიმართულების მართობულია. ამის შემდეგ ცენტრალური ფოკუსების მრუდის მხები განსაზღვრავს ნეიტრალური ღერძის მიმართულებას. ეს მსჯელობა იქიდან გამომდინარეობს, რომ ცენტროიდულ ფოკუსებს შორის მონაკვეთი ასევე მღუნავი მომენტის მიმართულების მართობულია.

დასკვნა

შემოთავაზებულია შემდეგი დამოკიდებულება ძაბვასა და დეფორმაციას შორის: $\sigma = E \cdot e + F \cdot e^n$, სადაც $e = y/R$. შესაბამისად, მღუნავი მომენტი-სათვის მიღებულია გამოსახულება

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{Eby^2}{R} + \frac{Fby^{n+1}}{R^n} \right) dy = \frac{E}{R} I_1 + \frac{F}{R^n} I_n.$$

როცა $E = 0$, მიიღება შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\frac{M}{I_n} = \frac{F}{R^n} = \frac{\sigma}{y^n},$$

რომლებიც ღუნვის რეალურ სურათს გამოხატავს, ვინაიდან, როცა $n = 1$, მიიღება მარტივი კერძო შემთხვევა, რომელიც გამოიყენება კოჭის დრეკადი ღუნვის გაანგარიშებისას.

ხისტად ჩამაგრებული კონსოლური l სიგრძის კოჭისათვის, რომლის თავისუფალ ბოლოზე მოდებულია P ძალა, მიღებულია ჩაღუნვების განმსაზღვრელი ფორმულა:

$$y = \frac{c \cdot l^{n+2}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right)^{\frac{1}{n+2}} + \frac{x}{l} \left(\frac{1}{n}+2\right) - 1 \right];$$

მაქსიმალური ჩაღუნვა

$$W_p = \frac{c \cdot l^{n+2}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)\left(\frac{1}{n}+2\right)} \left(\frac{1}{n}+1 \right) = P_n^{\frac{1}{n}} \cdot f.$$

დრეკადი ღუნვის შემთხვევაში ანუ როცა $n = 1$,

$$\text{ჩაღუნვა } W_p = \frac{P \cdot l^3}{3EF}.$$

კოჭის სამკუთხა ფორმის განივკვეთში სრული პლასტიკური ღუნვის მიღწევისას ნეიტრალური ღერძი წვეროს $h/\sqrt{2}$ მანძილით დაშორდება და მღუნავი მომენტი $M_{კლ} = (2 - \sqrt{2}) \frac{ybh^2}{6}$ იქნება, ე.ი. ფორმის კოეფიციენტი სამკუთხა კვეთისათვის $4(2 - \sqrt{2}) \approx 2,34$ -ის ტოლია.

სხვა რთული მოხაზულობის განივკვეთებისათვის, რთული დეფორმაციის პირობებში, დადგენილია პლასტიკური მომენტის გამოსახულება და მიმართულება ცენტროიდული ფოკუსების გამოყენებით.

ლიტერატურა

1. Malinin, N. N. (1975). *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie.
2. Hill, R. (1956). *Matematicheskaya teoriya plastichnosti* [The mathematical theory of plasticity]. Moscow: GITTL.
3. Batsikadze, T., Kvaratskhelia, A., & Mazaghua, Z. (2014). *Drekadobis, plastikulobis da tsotsvadobis teoriis mokle kursi* [A short course in theories of elasticity, plasticity and creep]. Tbilisi: Georgian Technical University Press.
4. Batsikadze, T., & Nizharadze, J. (2022). Lit'onis plastikuri denadobis gamomtsvevi tsnevis ganmarteba [Determination of pressure causing plastic flow in metals]. *Sametsniero-teqnikuri zhurnali "Mshenebloba"* [Scientific-technical journal "Construction"], 3(63), Georgian Technical University.
5. Batsikadze, T., Murgulia, N., & Nizharadze, J. (2022). Denadobis teoriis gantolebebis gamokvana plastikuri potentsialis gamoyenebit [Derivation of the equations of the plasticity theory using the plastic potential]. *Sametsniero-teqnikuri zhurnali "Mshenebloba"* [Scientific-technical journal "Construction"], 4(64), Georgian Technical University.

UDC 624.042.3+539.3+624.046.2+624.041.4

SCOPUS CODE 2201

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2025-3-260-269>**Issues of Calculating of Beams With Various Cross - Sections in the Case of Complex Elastic-Plastic Deformations**

- Tamaz Batsikadze** Department of Engineering Mechanics and Technical Expertise of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.
E-mail: t.batsikadze@gtu.ge
- Nugzar Murghulia** Department of Engineering Mechanics and Technical Expertise of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.
E-mail: n.murghulia@gtu.ge
- Jumber Nizharadze** Department of Engineering Mechanics and Technical Expertise of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.
E-mail: n.murghulia@gtu.ge

Reviewers:**N. Mskhiladze** Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU

E-mail: n.mskhiladze@gtu.ge

D. Tabatadze Professor, Faculty of Civil Engineering, GTU

E-mail: d.tabatadze@gtu.ge

Abstract. in the case of elastic - plastic deformations the real process is considered for the beam of rectangular cross section, that is, a nonlinear dependence between stress and deformation at pure bend. When $E = 0$, proportions $\frac{M}{I_n} = \frac{F}{R^n} = \frac{\sigma}{y^n}$ were obtained, which express a real picture of bending.

The calculated equation of deflection is derived, and a concrete example with its use has been resolved.

On the example of a triangular cross section, the effect of the form of the cross section on the given calculations is shown.

The task is considered when the beam at the same time has a cross section of a complex shape and be in conditions of complex deformation. At the oblique bending, an expression of the full plastic moment is given and its direction is established by the centroid focuses..

Keywords: Deflection; Elastic - Plastic deformation; Neutral plane; Plastic bend; Radius of curvature; Stress; nonlinear dependence; The centroid focuses.

განხილვის თარიღი 14.10.2024

შემოსვლის თარიღი 10.02.2025

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 25.09.2025