

UDC 519.7:519.8

SCOPUS CODE 2200

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2025-4-152-170>

ოპტიმიზაციის ახალი სტოქასტიკური მეთოდის შედარება კლასიკურ მეთოდებთან, მათი რეალიზაციით მიღებული შედეგების ანალიზის საფუძველზე

ბადრი გვასალია მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68^ბ
E-mail: b.gvasalia@gtu.ge

თამარ კვაჭაძე სამოქალაქო და სამრეწველო მშენებლობის დეპარტამენტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, საქართველო, 0160, თბილისი, მ. კოსტავას 68^ბ
E-mail: t.kvachadze@gtu.ge

რეცენზენტები:

ზ. სანიკიძე, სტუ-ის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის სწავლული მდივანი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი

E-mail: z.sanikidze@gtu.ge

მ. კუბლაშვილი, სტუ-ის ი. ვერულავას სახელობის მშენებლობის კომპიუტერული დაპროექტების დეპარტამენტის პროფესორი

E-mail: murman.kublashvili@gtu.ge

ანოტაცია. არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების სხვადასხვა ამოცანის ცნობილი მეთოდებით ამოხსნისას მიღებულია შედეგები, რომელიც შედარებულია ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით იგივე ამოცანების ამოხსნისას მიღებულ შედეგებთან. კვლევისათვის გამოყენებულ იქნა ამჟამად არსებული არაწრფივი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდები. მივიღეთ, რომ შედეგები ინჟინრული თვალსაზრისით, მისაღები სიზუსტით ერთმანეთს ემთხვევა, რაც დადებითი ფაქტია. ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდის კომპიუტერზე

სარეალიზაციოდ შექმნილია შესაბამისი პროგრამების კომპლექსი. უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ აღნიშნული მეთოდით შესაძლებელია ბევრად უფრო რთული კონფიგურაციის მქონე მიზნის ფუნქციისა და რთული შეზღუდვების შემთხვევაში მეთოდის წარმატებით გამოყენება, რაც შეუძლებელია სხვა კლასიკური მეთოდების გამოყენებით.

საკვანძო სიტყვები: მიზნის ფუნქცია; ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდი; შემთხვევითი მუდმივი მეთოდი; წრფივი და არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამება.

შესავალი

ნაშრომის მიზანია ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდის [1] გამოკვლევა, სხვა სიტყვებით, უკვე ნახსენები მეთოდით გაანგარიშებული სხვადასხვა მაგალითის ამოხსნისას მიღებული შედეგების შედარება არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანების ანალიზური, იტერაციული და გრაფიკული მეთოდებით მიღებულ შედეგებთან [2], გაანგარიშების სიზუსტის მიხედვით. შედარებისათვის გამოყენებულია შემდეგი ცნობილი მეთოდებით მიღებული შედეგები, როგორცაა: ზოპტენდენიკის, ფრანკ-ვულფის, კუნა-ტაკერის, როზენის, გრაფიკული, უნაგირა წერტილის მქონე მიზნის ფუნქციის რამდენიმე შემთხვევა. განხილულია აგრეთვე

შემთხვევები: როცა მიზნის ფუნქცია წრფივია და შეზღუდვები არაწრფივი; როცა მიზნის ფუნქცია არაწრფივია და შეზღუდვები წრფივი; როცა მიზნის ფუნქცია და შეზღუდვები არაწრფივია. მიღებული შედეგები შედარებულია კლასიკური მეთოდებით მიღებულ შედეგებთან. ქვემოთ მოყვანილია ამ პროცესების უფრო ვრცელი ანალიზი.

ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდის პროგრამული რეალიზაცია განხორციელდა როგორც უშუალოდ გამოყენებითი პროგრამების პაკეტი Visual Basic-ზე, ისე Excel-თან ერთად, VBA-Visual Basic for Application-სა და Visual Studio-სთან ერთობლიობაში. სტატიის ბოლოს საბოლოო შედეგები მოცემულია შემაჯამებელი ცხრილის სახით.

ძირითადი ნაწილი

ამოცანა 1. ამოხსნა ზოპტენდენიკის მეთოდით

ვიპოვოთ მიზნის ფუნქციის $F_{\max} = (-6x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_2)$ მაქსიმალური მნიშვნელობა, შემდეგი პირობების გათვალისწინებით:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 5 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

საწყისი მნიშვნელობა $x_0 = (0; 4)$

პასუხები: $x_1 = \frac{5}{15} = 0.35714286$, $x_2 = \frac{30}{7} = 4.28571429$.

1-ელ ცხრილში მოცემულია ამოცანა 1-ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით ამოხსნისას მიღებული შედეგები.

ცხრილი 1

x1	x2	Fmax
1	2	3
1.449	1.448	23.828

0.035	3.804	25.648
0.258	3.994	25.648
0.404	4.039	26.361
0.423	4.127	26.658
0.32	4.321	26.693
0.427	4.139	26.702
0.379	4.235	26.765
0.364	4.263	26.766
0.366	4.262	26.776
0.345	4.307	26.779
0.349	4.298	26.781
ოპტიმუმი		
0.349	4.298	26.781

ამოცანა 2. ფრანკ-ვულფის მეთოდით ამოხსნა

მოცემულია მიზნის ფუნქცია: $F_{\max} = (-x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 + 4x_1 + 6x_2)$.

ვიპოვოთ ამ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა, როდესაც ცვლადებზე დადებულია შემდეგი შეზღუდვები:

$$x_1 + x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

საწყისი წერტილის კოორდინატებია: $x=(3;1)$, სიზუსტე $Eps=0.4$. მიღებული შედეგები:

$$x_1 = 2.25, x_2 = 1.75, F_{\max} = 12.25.$$

მე-2 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 2-ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით ამოხსნისას მიღებული შედეგები.

ცხრილი 2

x1	x2	Fmax
1	2	3
2.318	1.158	10.85
1.64	1.651	11.033
2.054	1.851	12.055
2.889	1.688	12.211
2.228	1.76	12.234

2.223	1.77	12.24
2.251	1.745	12.246
2.232	1.766	12.247
2.24	1.759	12.249
ოპტიმიზაცია		
2.24	1.759	12.249

ამოცანა 3. შესაძლო მიმართულებით მოძრაობის მეთოდით ამოხსნა

მოცემულია მიზნის ფუნქცია: $F_{\max} = -x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 + 4x_1 + 6x_2$.

ვიპოვოთ ამ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა, როდესაც ცვლადებზე დადებულია შემდეგი შეზღუდვები:

$$x_1 + x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

საწყისი წერტილის კოორდინატებია : $x=(3;1)$. მიღებული შედეგები:

$$x_1 = 2.25, \quad x_2 = 1.75, \quad F_{\max} = 12.25.$$

მე-3 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 3-ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით ამოხსნის შედეგები.

ცხრილი 3

x1	x2	Fmax
1	2	3
2.318	1.158	10.85
1.64	1.651	11.033
2.054	1.851	12.055
2.889	1.688	12.211
2.228	1.76	12.234
2.223	1.77	12.24
2.251	1.745	12.246
2.232	1.766	12.247
2.24	1.759	12.249
ოპტიმიზაცია		
2.24	1.759	12.249

ამოცანა 4. კუნა-ტაკერის მეთოდით ამოხსნა

მოცემულია ფუნქცია $F_{\min} = x_1^2 + 2x_2^2 - 16x_1 - 20x_2$. ვიპოვოთ ამ ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა, როდესაც ცვლადებზე დადებულია შემდეგი შეზღუდვები:

$$2x_1 + 5x_2 \leq 40,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16.$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

მიღებული შედეგები: $x_1 = 5.76$, $x_2 = 4.46$ $F_{\min} = 108.42$.

მე-4 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 4 -ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით ამოხსნისას მიღებული შედეგები.

ცხრილი 4

x1	x2	Fmin
1	2	3
0.907	6.624	-58.412
5.275	4.469	-106.016
5.989	3.617	-106.134
5.379	4.971	-107.13
5.742	4.232	-107.724
5.772	4.577	-107.751
5.546	4.83	-107.925
5.666	4.557	-108.162
5.631	4.713	-108.226
5.868	4.242	-108.308
5.751	4.458	-108.358
5.756	4.474	-108.413
5.817	4.36	-108.419
5.783	4.423	-108.425
5.766	4.46	-108.428
ოპტიმიზაცია		
5.766	4.46	-108.428

ამოცანა 5. არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების როზენის მეთოდის გამოყენებით ამოხსნა

მოცემულია მიზნის ფუნქცია : $F_{\max} = 8 + 8x_1 + 10x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \max$,

$$4x_1 + 3x_2 \leq 24$$

მოცემულია შეზღუდვები: $x_1 + 4x_2 \leq 16$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

მოცემულია აგრეთვე საწყისი მნიშვნელობები: $x_1 = 3$ და $x_2 = 2$.

ვიპოვოთ მიზნის ფუნქციის მაქსიმალური და პარამეტრების ის მნიშვნელობები, რომლის დროსაც მიზნის ფუნქციას აქვს მაქსიმალური მნიშვნელობა.

როზენის მეთოდის გამოყენებით ნაპოვნია შემდეგი ამონახსნი:

$$F_{\max} = 38.818, x_1 = 1.818 \text{ და } x_2 = 3.545.$$

მე-5 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 5-ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით

მიღებული შედეგები.

ცხრილი 5

x1	x2	Fmax
1	2	3
3.477	2.316	29.435
0.272	3.312	32.18
2.812	2.385	32.844
1.582	2.234	33.005
1.774	3.056	37.119
2.46	3.302	37.693
2.12	3.238	37.868
1.308	3.575	38.014
2.179	3.327	38.139
1.895	3.485	38.683
1.838	3.533	38.796
1.734	3.565	38.802
1.882	3.528	38.805
1.85	3.537	38.815
ოპტიმალური		
1.85	3.537	38.815

ამოცანა 6. გრაფიკული მეთოდით ამოხსნა

მოცემულია მიზნის ფუნქცია: $F_{\min} = 9(x_1 - 9)^2 + 9(x_2 - 9)^2 \rightarrow \min$.

ცვლადებზე დადებულია შემდეგი შეზღუდვები:

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

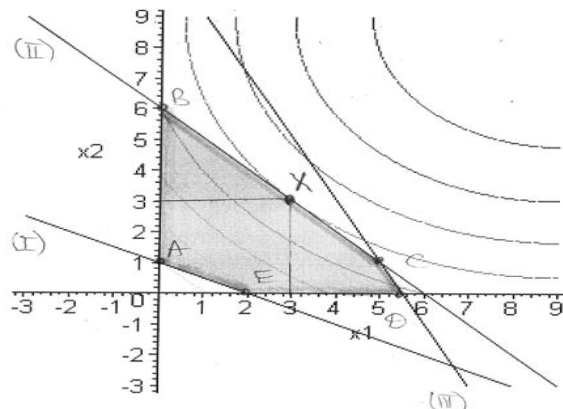
$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$2x_1, x_2 \leq 11$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

ამოხსნა:

ავაგოთ შეზღუდვათა არე და მიზნის ფუნქციის დონეთა მრუდები (სურ. 1).



სურ. 1. მე-6 ამოცანის პარამეტრების შეზღუდვათა არეები და მიზნის ფუნქციის დონეები

ეს არის კონცენტრირებული წრეწირები ცენტრით $(9,9)$ და რადიუსით $R = \sqrt{C}/3$.

რაც მეტია წრეწირის რადიუსი, მით მეტია მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა.

მოითხოვება, რომ საჭიროა ვიპოვოთ წრეწირისა და შეზღუდვათა არის შეხების ისეთი წერტილი, რომ რადიუსი იყოს მინიმალური (რადგან ვეძებთ მინიმუმს). როგორც ჩანს, ეს წერტილი უნდა იყოს x და მდებარეობს BC მონაკვეთზე. გარდა ამისა, ეს წრეხაზი ეხება BC მონაკვეთს სწორედ ამ წერტილში, ამიტომ მიზნის ფუნქციისა და ამ წერტილში BC წირის წარმოებულები ერთმანეთის ტოლია.

მიზნის ფუნქციის წარმოებული გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$((x_1 - 9)^2 + (x_2 - 9)^2 = (C/9)^2$$

$$2(x_1 - 9) + 2(x_2 - 9) \cdot x_2' = 0$$

$$x_2' = -\frac{x_1 - 9}{x_2 - 9}$$

BC წრფის განტოლებას აქვს სახე: $x_1 + x_2 = 6$ ან $x_2 = 6 - x_1$, მისი წარმოებულია $x_2' = -1$. ამგვარად, ვღებულობთ შემდეგ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} -\frac{x_1-9}{x_2-9} = -1, \\ x_2 = 6 - x_1; \\ x_1 = 3, \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

რომლის ამოხსნა გვაძლევს მიზნის ფუნქციის მინიმუმის წერტილს $x(3;3)$, ხოლო მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა ტოლია:

$$F = 9(3-9)^2 + 9(3-9)^2 = 2.9.36 = 648.$$

მე-6 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 6-ის სტოქსტიკური მეთოდით კომპიუტერზე რეალიზაციის შედეგები.

ცხრილი 6

x1	x2	Fmin
1	2	3
3.447	1.737	749.232
3.082	2.777	663.592
2.192	3.786	661.703
3.434	2.533	655.102
3.13	2.848	650.719
2.857	3.131	649.458
3.18	2.812	649.367
3.018	2.978	648.617
2.964	3.033	648.315
2.902	3.096	648.287
3.036	2.963	648.103
2.989	3.009	648.025
ოპტიმალური		
2.989	3.009	648.025

ამოცანა 7. გრაფიკული მეთოდით ამოხსნა

მოცემულია ამოხსნეილი დაპროგრამების მაგალითი. მოითხოვება ვიპოვოთ მიზნის ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა ლაგრანჟის ფორმულებით და ვიპოვოთ მისი უნაგირა წერტილი.

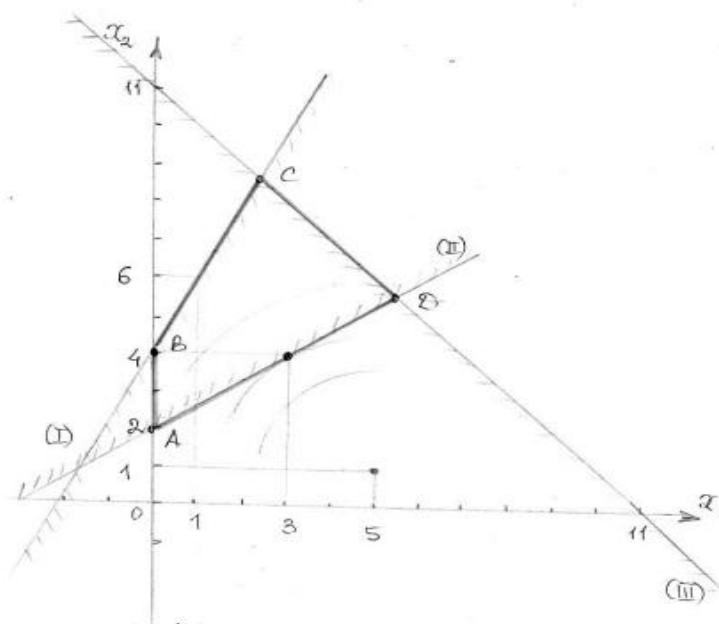
მიზნის ფუნქციას აქვს სახე:

$$F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 1)^2 \Rightarrow \min ,$$

შეზღუდვებს აქვს შემდეგი სახე:

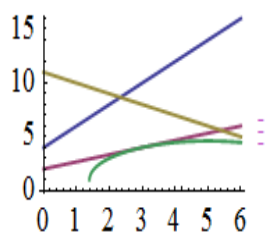
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &\geq 4 \\ 2x_1 - 3x_2 &\leq 6 \\ x_1 + x_2 &\leq 11 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

შეზღუდვები გრაფიკულად ისე გამოიყურება, როგორც ეს მე-2 სურ-ზეა ნაჩვენები.



სურ. 2. ცვლადებზე დადებული შეზღუდვათა ზონა

```
In[25]:= Plot[{2 * x1 + 4, (2 * x1 + 6) / 3, 11 - x1,
               1 + Sqrt[13 - (x1 - 5) ^ 2]}, {x1, 0, 6}]
```



სურ. 3

მე-7 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 7-ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით კომპიუტერზე მიღებული შედეგები.

ცხრილი 7

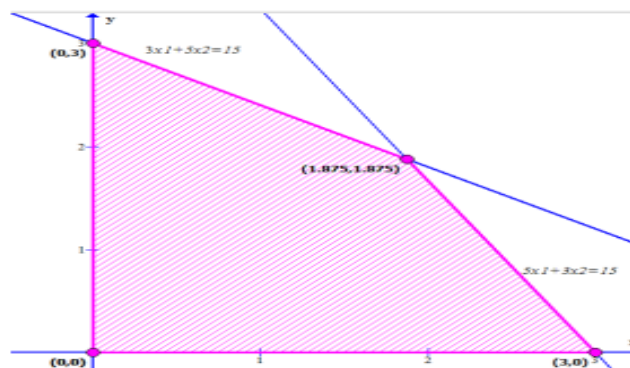
x1	x2	Fmin
1	2	3
0.154	3.042	27.655
0.17	3.997	25.654
1.133	3.195	19.752
2.682	3.916	19.876
2.547	3.799	13.852
2.723	3.89	13.539
2.912	3.941	13.011
2.971	3.981	13.002
2.994	3.996	13.001
2.989	3.993	13
ოპტიმალური		
2.989	3.993	13

ამოცანა 8. იპოვეთ არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანის ამოხსნა გრაფიკული მეთოდით,

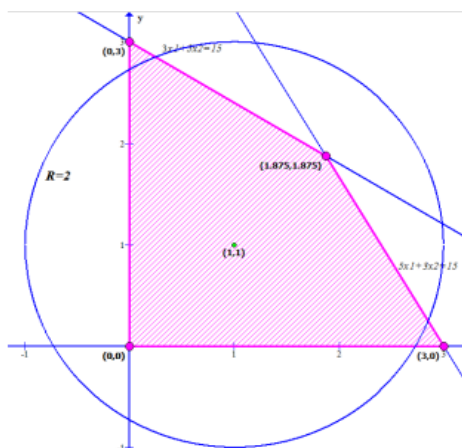
$$F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow Extr,$$

შემდეგი შეზღუდვების გათვალისწინებით

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}.$$



სურ. 4. ცვლადებზე დადებული შეზღუდვათა ზონა



სურ. 5. წრეხაზი ცენტრით (1,1)

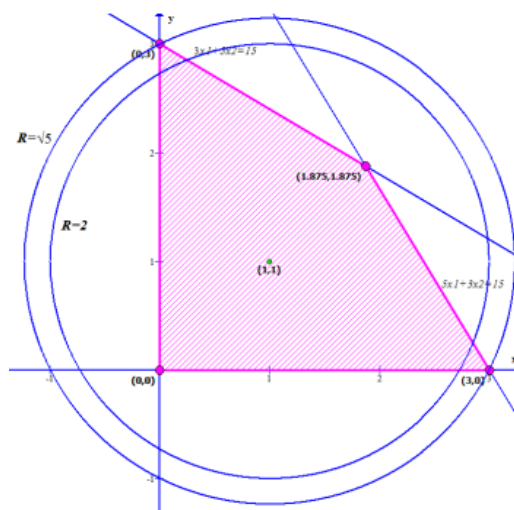
საჭიროა მოინახოს ისეთი წრის მინიმალური ან მაქსიმალური რადიუსი, რომლის დროსაც წრეხაზის თუნდაც ერთი წერტილი იქნება შეზღუდვათა ზონის შიგნით.

მინიმუმთან დაკავშირებით ყველაფერი ნათელია — როდესაც რადიუსი 0-ის ტოლია, იგი გარდაისახება წერტილად (1,1). ეს ის წერტილია, რომელიც მოთავსებულია შეზღუდვათა ზონის შიგნით (სურ. 4).

ამგვარად, ფუნქციის მინიმუმი იქნება: $F_{\min} \begin{pmatrix} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \end{pmatrix} = 0$, ფუნქციის მაქსიმუმი კი (3,0) ან (0,3) წერტილებში

ერთი და იგივე, $F_{\max} \begin{pmatrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 0 \end{pmatrix} = 5$ ან $F_{\max} \begin{pmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{pmatrix} = 5$ (სურ. 5), რადიუსი – ასევე ერთი და იგივე,

$$R_{\max} = \sqrt{5} = 2.2360.$$



სურ. 6. წრეხაზი მაქსიმალური რადიუსით

მე-8 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 8-ის კომპიუტერზე მიღებული შედეგები.

ცხრილი 8ა

x1	x2	Fmin
1	2	3
1.738	0.868	0.562
1.406	0.894	0.176
0.791	0.838	0.0697
0.887	1.146	0.034
0.907	0.878	0.023
0.932	0.886	0.017
1.109	0.98	0.178
0.965	1.061	0.005
1.04	0.998	0.0014
0.976	0.99	0.0006
0.98	1	0.0003
1.007	1.01	0.00017
1.006	1.006	0.00008
1.005	0.998	0.000284
0.996	1.002	0.00001519
0.998	0.998	0.00000906
ოპტიმალური		
0.998	0.998	0.0000009

ამოცანა 8-ის მიზნის ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობის გამოსათვლელი პროგრამა: 8ბ ცხრილში მოცემულია ამოცანა 8-ის კომპიუტერზე მიღებული შედეგები. მიზნის ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობის დროს – $F_{\max} = 4.997887$, $x_1 = 2.999594$, $x_2 = 2.449751E - 04$.

ცხრილი 8ბ

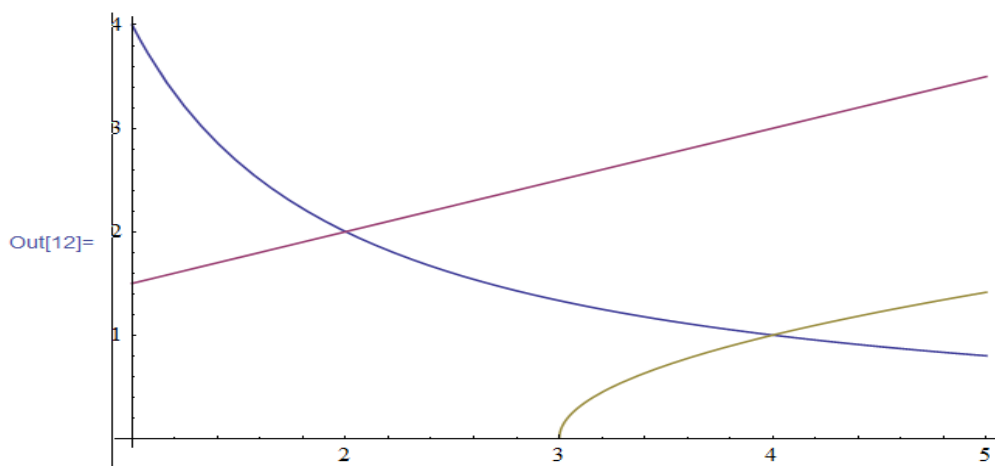
x_1	x_2	Fmax
1	2	3
1.738	0.868	0.562
0.905	2.324	1.762
0.042	2.282	2.561
2.614	0.168	3.297

2.782	0.293	3.677
0.028	2.86	4.406
0.009	2.87	4.479
2.952	0.057	4.7
0.004	0.007	4.93
0.001	2.997	4.936
2.999	0.00024	4.988
ოპტიმალური		
2.999	0.00024	4.998

ამოცანა 9. ვიპოვოთ $F_{\max} = 2x_1 + x_2$ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა, როცა მიზნის ფუნქცია წრფივია, ხოლო შეზღუდვები – არაწრფივი.

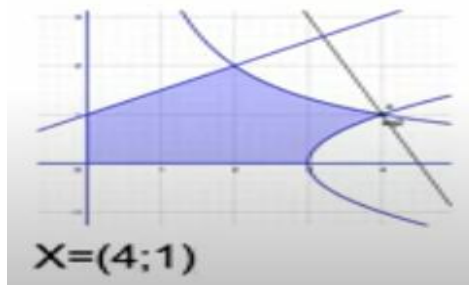
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1 - x_2^2 &\leq 3 \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

In[12]:= Plot[{4/x1, (2+x1)/2, Sqrt[-3+x1]}, {x1, 1, 5}]



სურ. 7

მე-7 სურ-ზე მოცემულია ამოცანა 9-ის შეზღუდვათა არე.



სურ. 8

მე-8 სურ-ზე მოცემულია ამოცანა 9-ის გრაფიკული მეთოდით ამოხსნისას მიღებული შედეგები:

$$x_1 = 4, x_2 = 1, F_{\min} = 9.$$

მე-9 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 9-ის კომპიუტერზე ამოხსნისას მიღებული შედეგები.

ცხრილი 9

x1	x2	Fmax
1	2	3
2.822	0.533	6.177
3.257	0.709	7.224
3.45	0.791	7.691
3.654	0.834	8.144
3.85	0.933	8.634
3.928	0.965	8.822
3.961	0.976	8.899
3.962	0.991	8.914
3.984	0.987	8.956
3.994	0.994	8.983
3.995	0.997	8.988
3.997	0.999	8.994
ოპტიმალური		
3.999	0.999	8.994

ამოცანა 10. ვიპოვოთ $F_{\min} = x_1^2 - 2x_1 + x_2$ არაწრფივი მიზნის ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა, როდესაც შეზღუდვები წრფივია.

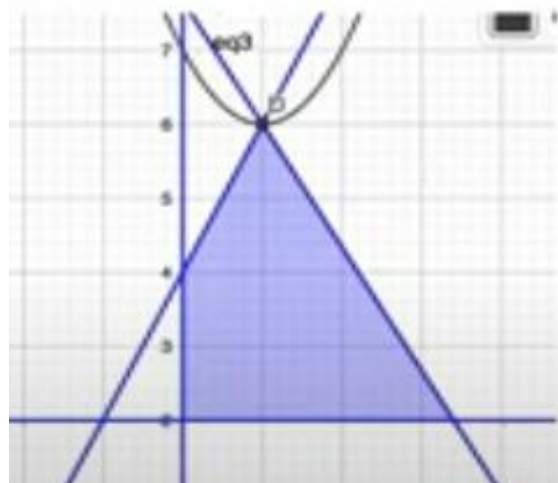
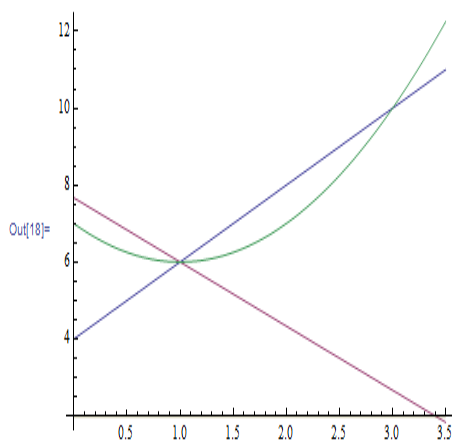
$$-2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 23$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1 \leq 0$$

In[18]= Plot[(4+2*x1, (23-5*x1)/3, 2, (x1^2-2*x1+7)), {x1, 0, 3.5}



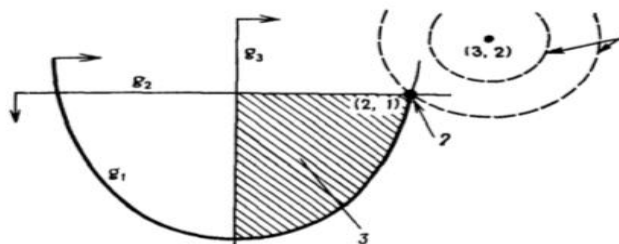
სურ. 9. ამოცანა 10-ის შეზღუდვათა არე

მე-10 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 10-ის კომპიუტერზე რეალიზაციის შედეგები.

ცხრილი 10

x1	x2	Fmax
1.411	3.2	-4.031
0.603	4.648	-5.491
1.049	4.602	-5.6
1.192	4.969	-5.959
1.095	5.537	-6.528
0.988	5.837	-6.837
1.006	5.904	-6.904
0.992	5.933	-6.933
0.983	5.955	-6.955
1.011	5.975	-6.974
1.003	5.989	-6.989
0.999	5.997	-6.997
ოპტიმალური		
0.999	5.997	-6.997

ამოცანა 11. არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების მაგალითი



ვიპოვოთ $f(x) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2$ ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა შემდეგი პირობების გათვალისწინებით:

$$-x_1^2 + x_2 + 3 \geq 0$$

$$-x_2 - 1 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0.$$

უფრო ზუსტად, საჭიროა ვიპოვოთ წერტილი, რომელიც მინიმალური მანძილითაა დაშორებული კონცენტრირებული წრეხაზის $(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 = c$ ცენტრიდან, რომლის კოორდინატებია $(3; 2)$. ასეთი წერტილია $(2; 1)$ ხოლო წრეხაზის რადიუსი $r = \sqrt{c} = 2$.

მე-11 ცხრილში მოცემულია ამოცანა 11-ის ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით რეალიზაციისას მიღებული შედეგები.

ცხრილი 11

x1	x2	Fmin
0.905	1.549	4.588
1.121	1.923	3.537
1.574	1.534	2.248
1.683	1.388	2.107
1.551	1.931	2.102
1.936	1.032	2.067
1.571	1.923	2.045
1.91	1.088	2.018
1.857	1.158	2.018
1.584	1.984	2.002
1.987	1.011	2.001
ოპტიმალური		
1.987	1.011	2.001

გამოყენებული მეთოდის დასახელება	მიზნის ფუნქციის გამოსახულება	არსებული შეზღუდ- ვები	მიზნის ფუნქციისა და პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობა	ოპტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდით მიღებული ოპტიმალური შედეგები
1	2	3	4	5
1.ზოტენდე- ინიკის	$\max(-6x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_2)$	$2x_1 + x_2 \leq 5$ $2x_1 + x_2 \geq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F = 26.786$ $x_1 = 0.357$ $x_2 = 4.286$	$F = 26.782$ $x_1 = 0.350$ $x_2 = 4.298$
2.ფრანკ- ვულფის	$F_{\max} = (-x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 + 4x_1 + 6x_2)$	$x_1 + x_2 \leq 4$ $x_1 + x_2 \geq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\max} = 12.25$ $x_1 = 2.25$ $x_2 = 1.75$	$F = 12.249$ $x_1 = 2.240$ $x_2 = 1.759$
3.შესადლო მიმართულების	$F_{\max} = (-x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 + 4x_1 + 6x_2)$ იგივე ფუნქცია, იგივე შეზღუდვები, იგივე პასუხები, რაც მე-2 შემთხვევაში	$x_1 + x_2 \leq 4$ $x_1 + x_2 \geq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\max} = 12.25$ $x_1 = 2.25$ $x_2 = 1.75$	$F = 12.249$ $x_1 = 2.240$ $x_2 = 1.759$
4.კუნა-ტაკერის	$F_{\min} = x_1^2 + 2x_2^2 - 16x_1 - 20x_2$	$2x_1 + 5x_2 \leq 40$ $2x_1 + x_2 \leq 16$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\min} = -108.42$ $x_1 = 5.56$ $x_2 = 4.46$	$F_{\min} = -108.428$ $x_1 = 5.766$ $x_2 = 4.460$
5.როზენის	$F_{\max} = 8 + 8x_1 + 10x_2 - 2x_1^2 - x_2^2$	$4x_1 + 3x_2 \leq 24$ $x_1 + 4x_2 \leq 16$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\max} = 38.818$ $x_1 = 1.818$ $x_2 = 3.545$	$F_{\max} = 38.815$ $x_1 = 1.850$ $x_2 = 3.537$
6.გრადიკული 1	$F_{\min} = 9(x_1 - 9)^2 + 9(x_2 - 9)^2$	$x_1 + 2x_2 \geq 2$ $x_1 + x_2 \leq 6$ $2x_1 + x_2 \leq 11$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\min} = 648$ $x_1 = 3$ $x_2 = 3$	$F_{\min} = 648.052$ $x_1 = 2.989$ $x_2 = 3.000$
7. გრადიკული 2	$F_{\min} = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 1)^2$	$2x_1 - x_2 \geq -4$ $2x_1 - 3x_2 \leq -6$ $x_1 + x_2 \leq 11$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\min} = 13$ $x_1 = 3$ $x_2 = 4$	$F_{\min} = 13.000$ $x_1 = 2.989$ $x_2 = 3.993$
8.როცა მიზნის ფუნქცია წრფივია, შეზღუდვები არაწრფივი	$F_{\max} = 2x_1 + x_2$	$x_1x_2 \leq 4$ $x_1 - x_2^2 \leq 3$ $-x_1 + 2x_2 \geq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	$F_{\max} = 9$ $x_1 = 4$ $x_2 = 1$	$F_{\max} = 8.995$ $x_1 = 3.997$ $x_2 = 0.999$
9. როცა მიზნის ფუნქცია არაწრფივია, შეზღუდვები წრფივი	$F_{\min} = x_1^2 - 2x_1 - x_2$	$-2x_1 + x_2 \leq 4$ $5x_1 + 3x_2 \leq 23$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \geq 0$	$F_{\min} = -7$ $x_1 = 1$ $x_2 = 6$	$F_{\min} = -6.997$ $x_1 = 0.9997$ $x_2 = 5.997$
10.როცა მიზნის ფუნქცია და შე- ზღუდვები არაწრფივია	$F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2$ $r_{\min} = \sqrt{c} = 2$	$-x_1^2 + x_2 + 3 \geq 0$ $-x_2 - 1 \geq 0$ $x_1 \geq 0$	$r_{\min} = 2$ $x_1 = 2$ $x_2 = 1$	$r_{\min} = 2$ $x_1 = 1.988$ $x_2 = 1.011$

დასკვნა

ნაშრომში განხილულია ოპტიმიზაციის ახალი სტოქასტიკური მეთოდის წარმატებული გამოყენება არაწრფივი მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანების ამოსახსნელად, რაც დადასტურებულია კომპიუტერზე რეალიზაციით მიღებული და სხვა კლასიკური მეთოდებით მრავალი ამოცანის ამოხსნისა და შედეგების ანალიზის საფუძველზე. ოპ-

ტიმიზაციის სტოქასტიკური მეთოდის გამოყენება განსაკუთრებით ეფექტურია მაშინ, როდესაც საქმე ეხება რთული კონფიგურაციის მიზნის ფუნქციასა და შეზღუდვებს, როდესაც კლასიკური მეთოდები ასეთ დროს დაუძლეველ სიძნელეებს აწყდება. მეთოდი რეალიზებულია ალგორითმულ ენა Visual basic-ზე, VBA-Visual Basic for Application და Visual Studio-სთან ერთად.

ლიტერატურა

1. Gvasalia, B. (2010). *Methods for optimal design of building structures and constructions*. Technical University. (in Georgian)
2. Bogdanova, E. L., Soloveychik, K. A., & Arkina, K. G. (2017). *Optimization in project management: Nonlinear programming*. Saint Petersburg. (in Russian)

UDC 519.7:519.8

SCOPUS CODE 2200

<https://doi.org/10.36073/1512-0996-2025-4-152-170>

Compare a New Stochastic Method of Optimization to Classical Methods Based on the Analysis of the Results Obtained by Their Solution

Badri Gvasalia

Department of Computer-aided Design of Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.

E-mail: b.gvasalia@gtu.ge

Tamar Kvachadze

Department of civil and industrial Construction, Georgian Technical University, Georgia, 0160, Tbilisi, 68^b, M. Kostava str.

E-mail: t.kvachadze@gtu.ge

Reviewers:

Z. Sanikidze, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Academic Secretary of the Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics, GTU

E-mail: z.sanikidze@gtu.ge

M. kublashvili, Professor, I.Verulava Department of Computer-aided Construction Design, GTU

E-mail: murman.kublashvili@gtu.ge

Abstract. The paper provides the results of various tasks of nonlinear mathematical programming, known methods, compared to the stochastic optimization method, the same tasks, and the results of solving.

The research has been used to solve the current non-linear mathematical tasks. When comparing the results, we got the result that the results of the engineering terms are acceptable to each other, which can be said to be a significantly positive fact. A complex of computer programs has been designed to easily use the optimization stochastic method. It should also be noted that this method can successfully use the method of a much more complex configuration goal and also in the case of difficult restrictions, which is impossible using other classical methods.

Keywords: target function, linear and nonlinear mathematical programming, stochastic optimization method, random search method.

განხილვის თარიღი 08.05.2025

შემოსვლის თარიღი 13.05.2025

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 24.12.2025